ASCE MAGAZINE ISSN: 3073–1178

Revista ASCE Magazine, Periodicidad: Trimestral, Volumen: 5, Número: 4, Año: 2026 páginas 578-608

Doi: https://doi.org/10.70577/asce.v5i4.1144

Recibido: 2026-10-09

Aceptado: 2026-10-23

Publicado: 2026-11-13

Polypad y trigonometría en décimo grado de Educación General Básica

Polypad and trigonometry in the tenth grade of General Basic Education

Autor(s)

Lcda. Mónica Verónica Chaguay-Reyes[1]
mvchaguayr@ube.edu.ec
https://orcid.org/0009-0008-1813-0205
Universidad Bolivariana del Ecuador
Galápagos – Ecuador

Lcdo. Alex Fabricio Shiguango-Grefa[2]
afshiguangog@ube.edu.ec
https://orcid.org/0009-0003-8618-1710
Universidad Bolivariana del Ecuador
Napo – Ecuador

Dra. Bárbara Ariane Pérez-Fernández[3]
Docente tutora de la Maestría en Educación con mención en Matemática
baperezf@ube.edu.ec
https://orcid.org/0000-0001-9380-665X
Universidad Bolivariana del Ecuador
Guayaquil – Ecuador

Dr. Wellington Isaac Maliza Cruz[4]
Docente de planta y coordinador de la Maestría en Educación con mención en Matemática
wimalizac@ube.edu.ec
https://orcid.org/0009-0005-1426-583X
Universidad Bolivariana del Ecuador
Guayaquil – Ecuador

Cómo citar

Chaguay-Reyes, L. M. V., Shiguango-Grefa, L. A. F., Pérez-Fernández, D. B. A., & Maliza Cruz, D. W. I. (2026). Polypad y trigonometría en décimo grado de Educación General Básica. *ASCE MAGAZINE*, *5*(4), 578–608. https://doi.org/10.70577/asce.v5i4.1144

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Resumen

La trigonometría escolar presenta dificultades de comprensión que requieren relacionar conceptos, procedimientos y representaciones. El objetivo fue valorar los cambios en el aprendizaje asociados a una secuencia didáctica con Polypad en décimo grado de Educación General Básica de la Unidad Educativa “Miguel Ángel Cazares”, Galápagos, Ecuador. Se desarrolló un estudio preexperimental de un grupo con 77 estudiantes seleccionados por conveniencia y seis sesiones de 45 minutos. Se aplicaron pretest, postest, observación, percepción y autoevaluación, con validación de contenido mediante V de Aiken. El anonimato impidió emparejar las pruebas, por lo que los contrastes se interpretaron como exploratorios bajo un modelo de independencia que no representa la dependencia entre mediciones. La media pasó de 2,66 (DE = 1,75) a 3,53 (DE = 1,64) sobre 8. La diferencia fue de 0,87 puntos (IC 95 % [0,33; 1,41]), $t(151,3) = 3,186$, $p = 0,002$, con $d = 0,51$. Los intervalos y valores p corresponden al modelo utilizado. Los avances se concentraron en razones inversas, semejanza, problemas contextualizados y visualización, mientras que los ítems de tangente y coseno no mejoraron. Solo 18 estudiantes alcanzaron cinco puntos o más. La secuencia se asoció con un incremento promedio y dificultades persistentes, sin demostrar un efecto causal ni un dominio satisfactorio. Se propone reforzar la identificación de lados, la justificación de las razones y la transferencia sin software.

Palabras clave: trigonometría; Polypad; manipulativos virtuales; geometría dinámica; educación matemática; diseño preexperimental

Abstract

School trigonometry presents comprehension difficulties that require connecting concepts, procedures, and representations. This study assessed learning changes associated with a Polypad-based instructional sequence in tenth-grade students at “Miguel Ángel Cazares” School, Galápagos, Ecuador. A one-group pre-experimental study involved 77 students selected by convenience and six 45-minute sessions. Academic pretests and posttests, observation, perception, and self-assessment instruments were administered, with content validity assessed through Aiken’s V. Anonymous responses prevented individual matching, so statistical comparisons were interpreted as exploratory under an independence model that does not represent dependence between measurements. The mean increased from 2.66 (SD = 1.75) to 3.53 (SD = 1.64) out of 8. The difference was 0.87 points (95% CI [0.33, 1.41]), $t(151.3) = 3.186$, $p = 0.002$, with $d = 0.51$. Confidence intervals and p-values refer to the model used. Progress concentrated on inverse ratios, similarity, contextualized problems, and visualization, whereas tangent and cosine items showed no improvement. Only 18 students scored five points or more. The sequence was associated with a higher group mean and persistent difficulties, without demonstrating a causal effect or satisfactory mastery. Proposed improvements include identifying triangle sides, justifying ratio selection, and assessing transfer without software.

Keywords: trigonometry; Polypad; virtual manipulatives; dynamic geometry; mathematics education; pre-experimental design

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Introducción

La trigonometría escolar se configura como uno de los contenidos con mayor proyección formativa del currículo de matemática, porque articula el estudio del triángulo rectángulo con la resolución de problemas contextualizados de medición indirecta que se presentan tanto en situaciones cotidianas como en las ciencias y la tecnología. Ngu y Phan (2020) destacan que su aprendizaje exige coordinar múltiples conceptos interrelacionados, entre los cuales se ubican las destrezas de transformación algebraica, el conocimiento geométrico y el razonamiento sobre representaciones gráficas, y sostienen que representa un conocimiento previo indispensable para el cálculo y para la formación en áreas científico-tecnológicas. Desde esta perspectiva, la trigonometría opera como un punto de encuentro entre el razonamiento algebraico, el geométrico y el gráfico, ya que ninguno de ellos alcanza por separado la comprensión que estos problemas demandan. En el contexto ecuatoriano, las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente se incorporan formalmente en el décimo grado de Educación General Básica y se retoman en el bachillerato. El nivel de comprensión alcanzado en esta etapa condiciona, por consiguiente, los aprendizajes matemáticos posteriores y el desarrollo del razonamiento geométrico del estudiante.

Pese a esta relevancia, la evidencia disponible advierte que el aprendizaje de las razones trigonométricas resulta especialmente complejo. En la revisión sistemática de Hamzah et al. (2021) se reportó que las concepciones erróneas y los errores en trigonometría se mantienen en el tiempo y se acumulan sobre los contenidos nuevos, así mismo, se relacionan con un dominio débil de los conceptos básicos. Cabe resaltar que las dificultades que se presentan con mayor frecuencia corresponden a la identificación del cateto opuesto, el cateto adyacente y la hipotenusa respecto de un ángulo de referencia, a la memorización de fórmulas sin comprensión conceptual y a la poca conexión entre la semejanza de triángulos y la invariancia de las razones. Desde la experiencia de los propios estudiantes, Dhungana et al. (2023) observaron que la trigonometría se percibe como un contenido abstracto que suele aprenderse como un “juego de fórmulas”, con errores de orden procedimental, conceptual o en el vínculo entre ambos tipos de conocimiento. A ello se añade la dificultad para interpretar representaciones gráficas, puesto que conectar distintas representaciones de un mismo objeto exige una coordinación que no siempre se logra (Mosese & Ogbonnaya, 2021).

El panorama descrito evidencia los límites de una enseñanza centrada en memorizar y repetir procedimientos, por lo que se aconsejan estrategias más activas y ancladas en contextos reales. Toledo-Nieto y Juárez-López (2024) reportaron que la comprensión de las razones trigonométricas mejora cuando la secuencia de enseñanza incorpora situaciones cotidianas con las que el estudiante puede relacionar los conceptos entre sí, mientras que Dhungana et al. (2023) señalan, en una línea próxima, que el uso didáctico de materiales y diagramas, junto con las experiencias cotidianas de los estudiantes, favorece aprendizajes más duraderos. Taamneh et al. (2024) identificaron, además, que los errores de concepto, de estrategia y de cálculo resultan frecuentes cuando los estudiantes de décimo grado resuelven problemas geométricos, y los asociaron con dificultades para comprender la interpretación geométrica de los contenidos, hallazgo que respalda un trabajo de aula de carácter más práctico. En conjunto, estas investigaciones apuntan hacia un aula reorganizada en torno al aprendizaje activo y a la argumentación matemática sobre aquello que se visualiza.

Para una enseñanza de ese tipo, los recursos digitales configuran un terreno especialmente propicio, en virtud de que los entornos interactivos habilitan la manipulación de objetos geométricos, la modificación dinámica de sus dimensiones, el contraste de resultados y la vinculación entre las representaciones gráfica, numérica y simbólica de un mismo concepto. En el metaanálisis de Danişman et al. (2026), en donde se incluyeron 75 estudios experimentales y cuasiexperimentales, se reportó un tamaño del efecto global de 0,48 a favor del uso de materiales didácticos sobre el logro matemático. En cuanto a la trigonometría, los hallazgos fueron similares, ya que Mosese y Ogbonnaya (2021) encontraron que la instrucción asistida con GeoGebra aumentó de manera significativa la capacidad de los estudiantes de duodécimo grado para conectar e interpretar representaciones de funciones trigonométricas. De la misma forma, en un cuasiexperimento con estudiantes de secundaria, Uwurukundo et al. (2022) encontraron un logro mayor en los estudiantes que trabajaron contenidos geométricos con esa misma herramienta en comparación con el grupo de enseñanza tradicional. La evidencia disponible respalda, de esta forma, que estos entornos dinámicos acompañan de modo favorable aquellos contenidos cuyo aprendizaje exige coordinar representaciones.

Polypad (Amplify, s. f.) se inscribe dentro de esa familia de recursos. Es un entorno de manipulativos virtuales, creado por Mathigon y perteneciente en la actualidad a Amplify, que

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

dispone de lienzo interactivo, cuadrícula, herramientas de polígonos, regla y transportador digitales y bloques de cálculo. Por medio de estas funciones se pueden construir triángulos rectángulos, medir sus lados y ángulos y calcular razones trigonométricas, así como observar lo que ocurre con las razones cuando el triángulo aumenta de tamaño y el ángulo se mantiene, y comparar la construcción geométrica con el resultado numérico. Es necesario recalcar que la evidencia empírica sobre esta plataforma todavía es incipiente. Genç (2024) utilizó Polypad para la enseñanza de las formas geométricas en cuarto grado de primaria por medio de un diseño pretest-postest con grupo de control, en donde se encontraron diferencias significativas a favor del grupo que trabajó con la plataforma, tanto en el logro académico como en la actitud hacia la matemática. Esos resultados no se extrapolan sin más al aprendizaje de la trigonometría en décimo grado de Educación General Básica, aunque concuerdan con la evidencia agregada sobre materiales y manipulativos en la enseñanza de la matemática (Danişman et al., 2026).

No obstante, la evidencia disponible no responde de manera uniforme al problema de esta investigación. Genç (2024) examinó Polypad en geometría de primaria, mientras que Cruz y Viseu (2026) trabajaron geometría en educación superior mediante un diseño que integró Polypad, GeoGebra, tangram y otros recursos. Estos antecedentes corresponden a poblaciones, contenidos e intervenciones diferentes y no permiten atribuir sus resultados a Polypad en trigonometría de décimo grado. Así mismo, las investigaciones con GeoGebra aportan fundamentos sobre representaciones y manipulación, pero no constituyen una comparación directa entre plataformas (Mosese & Ogbonnaya, 2021; Uwurukundo et al., 2022). También se ha señalado la necesidad de recursos instruccionales ajustados a las dificultades de los estudiantes en trigonometría (Mailizar et al., 2025). En consideración de ello, el vacío que aborda este estudio corresponde a la descripción de los cambios, los errores persistentes y las percepciones asociados a una secuencia de seis sesiones sobre seno, coseno, tangente y razones inversas en estudiantes de décimo grado de Educación General Básica. Su contribución es contextual y didáctica, sin establecer superioridad frente a otros entornos ni aislar el efecto de la plataforma.

El presente estudio se llevó a cabo en la Unidad Educativa “Miguel Ángel Cazares”, ubicada en la provincia de Galápagos, Ecuador, donde el diagnóstico institucional evidenció dificultades de los estudiantes para comprender los conceptos trigonométricos, vinculadas al predominio de metodologías sustentadas en la memorización de fórmulas y procedimientos. La institución cuenta

con un laboratorio de computación y con condiciones favorables para la innovación didáctica, en virtud de lo cual se implementó una secuencia de seis sesiones con Polypad dirigida a la construcción, la medición, el cálculo y la verificación de razones trigonométricas. Dentro de cada sesión se incluyeron espacios específicos de interpretación y argumentación matemática sobre problemas contextualizados de medición indirecta. Posteriormente, los cambios en el aprendizaje asociados a la propuesta se estimaron por medio de la comparación entre un pretest y un postest académicos con correspondencia prevista de contenidos, los cuales se diseñaron con ítems espejo, de la misma forma que en intervenciones breves en donde se reportaron mejoras en la comprensión trigonométrica (Toledo-Nieto & Juárez-López, 2024).

En consecuencia, el presente estudio tuvo como objetivo evaluar los cambios en el aprendizaje de la trigonometría asociados a la aplicación de una secuencia didáctica basada en Polypad en estudiantes de décimo grado de Educación General Básica de la Unidad Educativa “Miguel Ángel Cazares”, mediante la comparación de los resultados del pretest y el postest académico, y analizar descriptivamente la percepción de los estudiantes sobre el uso de esta herramienta digital.

Material y métodos

Material

Contexto y escenario

El estudio se realizó en la Unidad Educativa “Miguel Ángel Cazares”, ubicada en la provincia de Galápagos, Ecuador, en donde participaron estudiantes de décimo grado de Educación General Básica dentro del área de Matemática. En cuanto al contenido, se trabajó la trigonometría, en la cual se incluyeron las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos, las razones inversas y la resolución de problemas de medición indirecta. La intervención se desarrolló por medio de Polypad, plataforma de manipulativos virtuales de Amplify disponible en https://polypad.amplify.com (Amplify, s. f.), y se llevó a cabo en el laboratorio de computación de la institución, el cual se eligió debido a que contaba con una computadora por estudiante, un proyector y el equipo del docente. Así mismo, los datos se recolectaron en el mismo laboratorio durante el año lectivo 2026–2027.

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

La secuencia didáctica se conformó por seis sesiones de 45 minutos, en donde cada sesión se organizó en los siguientes tres momentos: inicio, desarrollo y cierre. Dentro del inicio se activaron los conocimientos previos y se presentó la situación contextualizada, posteriormente, en el desarrollo los estudiantes construyeron y analizaron la situación en Polypad, y por último, en el cierre se interpretaron los resultados, se argumentó y se compararon los procedimientos. El objetivo, la situación planteada, y las actividades con Polypad de cada sesión se presentan en la Tabla 1.

En todas las sesiones, el docente investigador diseñó y condujo la clase, el docente colaborador acompañó a los estudiantes durante el trabajo individual en la computadora y el docente de soporte técnico atendió las incidencias tecnológicas. Como respaldo se previó una estrategia de contingencia con guías impresas, regla y transportador físicos, para que una eventual caída de la conexión a internet no impidiera la construcción ni el análisis geométrico previstos.

Tabla 1

Síntesis de la secuencia didáctica de seis sesiones con Polypad

Sesión	Objetivo y situación contextualizada	Actividades con Polypad
1. El seno	Introducir la razón seno a partir de la relación entre el cateto opuesto y la hipotenusa. Situación: la escalera y la ventana.	Se construye el triángulo rectángulo en el lienzo, se identifican sus lados, se miden y se calcula el seno.
2. La tangente	Utilizar la razón tangente con la finalidad de relacionar el cateto opuesto con el cateto adyacente dentro de una medición indirecta. Situación: el árbol y su sombra.	Se dibuja el triángulo rectángulo y se miden sus lados, posteriormente se calcula la tangente y se verifica el resultado.
3. Aplicación del seno	Aplicar el seno dentro de una nueva situación contextualizada, con la finalidad de reforzar la relación entre el cateto opuesto y la hipotenusa. Situación: la cometa.	Se representa el problema por medio de la construcción del triángulo, en donde se miden sus lados y se verifica el cálculo.
4. El coseno	Comprender la razón coseno por medio de la relación entre el cateto adyacente y la hipotenusa. Situación: la escalera apoyada.	Se dibuja el triángulo y se identifican el cateto adyacente y la hipotenusa, los cuales se miden para calcular el coseno.
5. Razones inversas	Determinar los ángulos desconocidos por medio de las razones inversas cuando se conocen los lados del triángulo. Situación: la resbaladera.	Se utilizan los bloques de cálculo de arcsin, arccos y arctan sobre la construcción que se realizó en el lienzo.
6. Integración	Articular el seno, el coseno y la tangente con la finalidad de relacionar los datos conocidos con la incógnita del problema. Situación: el poste y el cable.	Se construye y se mide la situación, posteriormente se elige la razón pertinente, se calcula y se comparan las estrategias.

Nota. Cada sesión se distribuyó en 10 minutos de inicio, 25 minutos de desarrollo y 10 minutos de cierre.

Fuentes de datos e instrumentos de medición

Pretest académico. Se administró antes de la intervención con el propósito de diagnosticar los conocimientos previos de trigonometría. El instrumento constó de 8 ítems académicos de un punto cada uno, distribuidos en cinco dimensiones que abarcaron la identificación de los elementos del triángulo rectángulo (ítem 1), la definición e interpretación de las razones trigonométricas (ítems 2 y 3), el cálculo de razones trigonométricas y de sus inversas (ítems 4 a 6), la resolución de problemas contextualizados (ítem 7) y la visualización geométrica junto con el razonamiento espacial (ítem 8). Todas las preguntas fueron de opción múltiple. Adicionalmente, el instrumento incluyó una sección inicial sobre el uso de recursos digitales (ítems A1 y A2), la cual no tuvo puntaje académico y se utilizó únicamente de forma descriptiva. El tiempo de aplicación se estimó en 25 minutos y el docente utilizó una clave de corrección.

Postest académico. Se administró al finalizar la intervención y conservó la estructura del pretest, con 8 ítems académicos de opción múltiple de un punto cada uno y las mismas cinco dimensiones. Ambos instrumentos se construyeron con ítems espejo de contenido relacionado, pero no idénticos, de tal manera que los enunciados y las alternativas de respuesta variaron en su redacción, mientras que cada par de ítems valoró la misma dimensión y habilidad matemática con la misma puntuación. Esa correspondencia se registró en una matriz espejo que detalla, par por par, la dimensión evaluada, la habilidad matemática, el nivel de dificultad previsto, el tipo de pregunta, el puntaje y el criterio de equivalencia. La dificultad comparable se sustentó en el juicio de expertos y en la correspondencia prevista entre contenido, habilidad, formato y puntuación de los pares. Esta valoración corresponde a una equivalencia de contenido y no a una equiparación empírica de dificultad; por consiguiente, las diferencias entre versiones deben considerarse al interpretar el cambio observado.

Ficha de observación del uso de Polypad. El docente registró en esta ficha, mediante observación directa a lo largo de las sesiones, el desempeño tecnológico del estudiante en la plataforma. El registro se basó en cinco indicadores predefinidos y en una escala ordinal de tres categorías (Siempre, A veces y Nunca), y se llenó una ficha por estudiante para toda la secuencia. La ficha no valoraba el logro académico, por lo que sus resultados no entraron en el puntaje del pretest ni del postest y se reportaron aparte.

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Cuestionario de percepción sobre el uso de Polypad. Midió cuán útil resultó Polypad para el estudiante al visualizar triángulos rectángulos, comprender las razones trigonométricas, verificar resultados, esclarecer la relación entre los lados del triángulo y aprender trigonometría, para lo cual utilizó una escala Likert de 1 a 5. Sus resultados se analizaron de manera descriptiva y no constituyeron una calificación académica.

Ficha de autoevaluación del aprendizaje. Recopiló información sobre el modo en que el estudiante percibía su aprendizaje (comprensión del seno, identificación de los lados del triángulo, resolución de problemas, explicación de la invariancia de las razones en triángulos semejantes y reconocimiento de las dificultades al trabajar con Polypad), con la escala "Logrado", "En proceso" y "Aún no logrado". Esta información revistió carácter complementario, afectivo y metacognitivo, y no incidió en la calificación.

Validez y confiabilidad de los instrumentos

Antes de su administración, el pretest y el postest académico, la ficha de observación del uso de Polypad, el cuestionario de percepción y la ficha de autoevaluación fueron sometidos a validación de contenido por juicio de expertos. El panel quedó integrado por cinco docentes de la institución con formación en educación, entre cuyas áreas se encontraron Matemática, Física y tecnología educativa. Cada juez valoró, con una escala de 1 a 4, los aspectos generales y los ítems de cada instrumento en claridad, coherencia y relevancia, así como los bloques de ítems por dimensión en suficiencia. Los resultados se cuantificaron por medio del coeficiente V de Aiken, en donde un valor igual o mayor a 0,80 por elemento se consideró adecuado. Adicionalmente, el mismo panel revisó la secuencia didáctica y emitió observaciones cualitativas generales, las cuales no se cuantificaron con la V de Aiken. En cuanto a la consistencia interna del cuestionario de percepción y de la ficha de autoevaluación, la misma se estimó con el alfa de Cronbach a partir de los datos de la aplicación, debido a que sus ítems son politómicos. El juicio se dirigió a la adecuación del contenido y de su presentación para la población prevista; su resultado no constituye por sí solo una comprobación de dificultad equivalente, de ausencia de sesgos de valoración o de efectividad de la intervención.

Métodos

Diseño del estudio

Se realizó un estudio con diseño preexperimental de un solo grupo con mediciones pretest-postest, en donde el mismo grupo de estudiantes se evaluó antes y después de una intervención educativa de seis sesiones de trigonometría desarrolladas en Polypad. En cuanto al seguimiento, el mismo fue longitudinal de corto plazo, debido a que el grupo se midió en dos momentos sucesivos. Es necesario recalcar que los instrumentos se respondieron de forma anónima y no se utilizó un código que vinculara el pretest de cada estudiante con su postest, de tal manera que la comparación entre mediciones se realizó a nivel de grupo y no de cada estudiante. La ausencia de un grupo de control y de aleatorización impide establecer relaciones causales. Los resultados se interpretaron, por tanto, como cambios asociados a la aplicación de las sesiones didácticas y no como efectos atribuibles en exclusiva a la herramienta.

El estudio estimó la variación en el nivel de aprendizaje trigonométrico entre ambas mediciones y describió el uso de la plataforma, la percepción de los estudiantes sobre la herramienta y la autoevaluación de su propio aprendizaje.

Participantes

Los participantes fueron estudiantes de décimo grado de Educación General Básica de la Unidad Educativa “Miguel Ángel Cazares” que cursaron la asignatura de Matemática durante el año lectivo 2026–2027 y que formaron parte de la secuencia didáctica de trigonometría con Polypad.

En cuanto a los criterios de inclusión, los estudiantes resultaron elegibles cuando se encontraban matriculados en décimo grado de Educación General Básica en la institución participante, habían cursado la asignatura de Matemática durante el año lectivo 2026–2027 y pertenecían a los cursos en donde se desarrolló la secuencia didáctica. Así mismo, se requirió que los estudiantes se presentaran a las dos evaluaciones académicas, las cuales correspondieron al pretest y al postest, que el padre, la madre o el representante legal otorgara el consentimiento informado y que el estudiante otorgara su asentimiento para formar parte del estudio.

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Por otra parte, se excluyeron los estudiantes que no presentaron el pretest o el postest académico, y aquellos que contaban con registros incompletos o inconsistentes que imposibilitaran el análisis correspondiente. Ningún estudiante se excluyó por estos motivos.

La selección de los participantes correspondió a un muestreo no probabilístico por conveniencia, dado que se trabajó con cursos previamente conformados por la institución, sin cálculo formal del tamaño muestral. La muestra quedó integrada por 77 estudiantes de décimo grado de Educación General Básica, que fueron tratados como un único grupo de intervención. El pretest y el postest se aplicaron a este mismo grupo dentro del horario de clase, y debido a que en ninguna de las dos aplicaciones se registraron ausencias, se recogieron 77 pruebas en cada medición, una por cada estudiante del grupo. De tal manera, se pudo establecer que los mismos 77 estudiantes rindieron el pretest y el postest, mientras que el anonimato de los instrumentos impidió identificar qué pretest y qué postest correspondían a cada estudiante. No se llevó un registro individual de la asistencia a cada una de las seis sesiones, de modo que no fue posible establecer si algún estudiante faltó a alguna de ellas y dejó de recibir parte del contenido.

Variables

Variable principal: aprendizaje de la trigonometría. Esta variable corresponde al nivel de logro académico que se alcanza en el contenido de trigonometría y se operacionalizó en cinco dimensiones complementarias, a saber, identificar los elementos del triángulo rectángulo; definir e interpretar el seno, el coseno y la tangente, lo que abarca la relación entre la semejanza de triángulos y la invariancia de las razones; calcular razones trigonométricas y usar las inversas (arcsin, arccos y arctan); resolver problemas contextualizados; y visualizar figuras geométricas junto con razonar espacialmente. Sus indicadores principales fueron los puntajes del pretest y del postest académico, los cuales se calcularon sobre ocho ítems de un punto cada uno, en una escala de 0 a 8 puntos.

Variables complementarias. Como variables complementarias se consideraron el uso de Polypad, la percepción sobre el uso de Polypad y la autoevaluación del aprendizaje, las cuales se midieron por medio de la ficha de observación, el cuestionario de percepción y la ficha de autoevaluación descritos en el apartado de material, y no formaron parte del puntaje académico.

Variables de caracterización. Se documentaron el género y la edad de los participantes, además de la experiencia previa con Polypad (ítem A1) y la frecuencia de uso de aplicaciones o software educativo para el estudio de las matemáticas (ítem A2). Es importante mencionar que la familiaridad tecnológica previa constituye un posible factor de confusión del desempeño en la plataforma. De ahí que los ítems A1 y A2 se emplearan solo con fines de caracterización, sin puntaje académico, y se tomaran en cuenta al interpretar los resultados.

Procedimiento de recolección de datos

El procedimiento se desarrolló en el siguiente orden cronológico: (1) solicitud de autorización institucional para la aplicación de la propuesta y de los instrumentos; (2) obtención del consentimiento informado del padre, la madre o el representante legal y del asentimiento de los estudiantes; (3) socialización del propósito del estudio con los docentes y los estudiantes participantes; (4) aplicación del pretest académico (25 minutos); (5) aplicación de la sección de caracterización del uso de recursos digitales (ítems A1 y A2, sin puntaje); (6) implementación de la secuencia didáctica de seis sesiones con Polypad en el laboratorio de computación; (7) registro del desempeño tecnológico en Polypad mediante la ficha estandarizada de observación, durante las sesiones; (8) aplicación del postest académico (25 minutos); (9) aplicación del cuestionario de percepción sobre Polypad (10 minutos); (10) aplicación de la ficha de autoevaluación del aprendizaje (10 minutos); (11) codificación y análisis de los datos; (12) estimación de la consistencia interna del cuestionario de percepción y de la ficha de autoevaluación con los datos obtenidos.

Control de sesgos

Sesgo de selección. La muestra se conformó por conveniencia con cursos previamente constituidos, de modo que los resultados no se extrapolan de forma automática al conjunto de la población estudiantil ni a otros contextos educativos. Para delimitar su alcance, se caracterizó con precisión el contexto institucional y se emplearon criterios explícitos de inclusión y exclusión.

Efecto de familiarización con el pretest. Al rendir el pretest, el estudiante se familiariza con la estructura y el formato de la evaluación, y ese conocimiento previo puede influir en su desempeño en el postest. Para reducir este efecto, el postest se compuso de preguntas espejo cuyos enunciados

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

y alternativas no repetían literalmente los del pretest, aunque evaluaban la misma dimensión y habilidad con la misma puntuación. Con esta medida se buscó reducir la repetición literal, aunque su efecto sobre la familiarización no fue cuantificado y no permite descartar esta amenaza.

Sesgo de deseabilidad social. Este sesgo se podría presentar en las respuestas del cuestionario de percepción y de la ficha de autoevaluación. Con la finalidad de controlarlo, se informó a los estudiantes que estos instrumentos no influyen en la calificación curricular y que la información recolectada se manejaría de forma confidencial, así mismo, los instrumentos se respondieron de forma anónima.

Sesgo del observador. Este sesgo se podría presentar en el registro de la ficha de observación del uso de Polypad, en virtud de que dicho registro fue realizado por el equipo docente que condujo la intervención. Como medida de control se utilizaron fichas estandarizadas, las cuales contaban con indicadores definidos previamente, categorías de respuesta uniformes e instrucciones comunes. Es necesario recalcar que no se contó con un segundo observador independiente y no se estimó la concordancia interobservador, por consiguiente, este sesgo no se pudo descartar.

Historia y maduración. La ausencia de un grupo de control impidió descartar por completo la influencia de aprendizajes externos al estudio, de experiencias educativas paralelas y de los cambios propios del transcurso del tiempo. La brevedad de la intervención acota el alcance de estas amenazas, que, aun así, se tuvieron en cuenta al interpretar los resultados.

Métodos estadísticos

Análisis descriptivo. Las variables categóricas (género, uso previo de Polypad [ítem A1] y frecuencia de uso de software educativo [ítem A2]) se resumieron mediante frecuencias y porcentajes. Las variables cuantitativas se describieron con la media, la desviación estándar, la mediana y el rango intercuartílico.

Comparación del pretest y el postest. Las dos mediciones procedieron de los mismos 77 estudiantes, pero el anonimato impidió vincular cada pretest con su postest. Esta ausencia de identificadores no convierte las mediciones en muestras independientes. Ante la imposibilidad de estimar las diferencias individuales y su varianza, se conservaron los contrastes de las distribuciones de puntajes como análisis exploratorios bajo un modelo de independencia. La

normalidad de los puntajes se examinó con Shapiro-Wilk. Se utilizó la t de Welch para comparar las medias sin imponer igualdad de varianzas y se informaron la diferencia y su intervalo de confianza del 95 %. Aunque el tamaño de 77 observaciones por medición permite una aproximación para la distribución de las medias, la prueba mantiene el supuesto de independencia, que no corresponde al diseño de medidas repetidas y limita la interpretación inferencial.

El efecto de omitir el emparejamiento depende de la correlación entre ambas mediciones, la cual no pudo estimarse con estos datos. Si la correlación fuera positiva, el modelo independiente produciría un error estándar mayor que el apareado; sin embargo, el valor y el signo de esa correlación no se conocen (Lakens, 2013). La U de Mann-Whitney se conservó como contraste exploratorio de las distribuciones ante los puntajes discretos y su alejamiento de la normalidad; comparte el supuesto de independencia y, por consiguiente, no corrige la dependencia ni recupera las trayectorias individuales. Los valores p y los intervalos se interpretaron de manera condicionada al modelo y se priorizaron las distribuciones, la diferencia observada y el rendimiento final.

Tamaño del efecto. Se calculó la diferencia de medias estandarizada mediante la desviación estándar combinada de ambas mediciones y se conservó su intervalo de confianza del 95 % bajo el modelo de independencia (Lakens, 2013). El valor de d describe la separación entre las medias del grupo y no un cambio estandarizado individual ni un efecto causal. Los puntos de corte de 0,20, 0,50 y 0,80 se utilizaron como referencias convencionales para magnitudes pequeña, mediana y grande (Cohen, 1988), sin equiparar una magnitud mediana con un aprendizaje satisfactorio.

Porcentaje de mejora. Adicionalmente, se calculó el porcentaje de mejora como indicador complementario por medio de la siguiente expresión: [(media del postest − media del pretest) / media del pretest] × 100. En cuanto a la interpretación de los resultados, se priorizó la diferencia absoluta entre las medias y el tamaño del efecto, debido a que permiten describir el cambio sin expresarlo únicamente como proporción de una media inicial baja.

Análisis de percepción y autoevaluación. El cuestionario de percepción se analizó por medio de frecuencias y porcentajes por ítem junto con un resumen general de la escala, mientras que la ficha de autoevaluación se analizó por medio de frecuencias y porcentajes por categoría dentro de cada criterio. Los dos instrumentos se trataron como variables ordinales debido a que sus categorías no

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

equivalen a datos continuos. De la misma forma, estos instrumentos fueron anónimos, en virtud de ello sus resultados se compararon con el desempeño académico únicamente a nivel de grupo y no se estimaron asociaciones por estudiante.

Análisis de la ficha de observación. En cuanto al uso de Polypad, el mismo se analizó por medio de frecuencias y porcentajes de las categorías Siempre, A veces y Nunca dentro de cada indicador de desempeño. El alcance previsto para esta variable era descriptivo, por lo que no se realizaron análisis de subgrupos ni de interacciones.

Datos faltantes. Los datos faltantes se contaron por instrumento e ítem, porque en las pruebas académicas correspondía distinguir entre presentar la prueba y responder todos sus ítems. Según la clave de corrección, un ítem sin respuesta (código 99) o con marca inválida o doble (código 66) se puntuó con cero, pues en ninguno de los dos casos se acreditaba el dominio evaluado. De esta forma, cada prueba rendida tuvo un puntaje total y entró en la comparación. En los instrumentos no académicos, en cambio, los datos faltantes quedaron fuera del cálculo de los porcentajes del criterio respectivo. No se recurrió a procedimientos de imputación.

Nivel de significancia. Para las pruebas inferenciales se fijó un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$, y el procesamiento de los datos se efectuó en RStudio.

Consideraciones éticas

La autorización formal de la institución se gestionó antes de iniciar el estudio y la participación de los estudiantes fue voluntaria. Previo a cualquier medición se socializó el propósito de la investigación, y se obtuvo el consentimiento informado del representante legal junto con el asentimiento del estudiante. En cuanto a la información, la misma se manejó de forma confidencial, en donde los instrumentos se respondieron sin registrar el nombre del estudiante y a cada instrumento se le asignó un código cuando se digitalizó. Así mismo, los resultados no influyeron en las calificaciones curriculares de la asignatura, tal como se declara en los mismos instrumentos, y la información se utilizó únicamente con fines académicos y de mejora de las estrategias didácticas.

Resultados

Se analizaron los datos de los 77 estudiantes de décimo grado de Educación General Básica de la Unidad Educativa “Miguel Ángel Cazares” que presentaron el pretest y el postest académico. Presentar ambas pruebas no supuso responder todos los ítems; las omisiones dentro de cada prueba se describen en el apartado de datos faltantes. Las variables académicas, tecnológicas, de percepción y de autoevaluación se analizaron de modo independiente, sin construir puntajes compuestos que mezclaran dominios de naturaleza distinta.

Descripción de la muestra

La Tabla 2 reúne la caracterización de los participantes, según los datos consignados en el pretest. La edad promedio fue de 14,25 años (DE = 0,80; mediana = 14; rango de 13 a 19 años) y un solo estudiante registró la edad máxima de 19 años. Antes del estudio, el 94,8 % de los estudiantes no había usado Polypad y el 58,4 % nunca o casi nunca recurría a software educativo para estudiar matemáticas. Los ítems A1 y A2 se emplearon solo con fines descriptivos, al margen del puntaje académico.

Tabla 2

Caracterización de los participantes

Variable	Categoría	n	%
Género	Femenino	42	54,5
	Masculino	33	42,9
	Prefiero no decirlo	1	1,3
	Sin dato	1	1,3
Uso previo de Polypad (A1)	No	73	94,8
	Sí	4	5,2
Frecuencia de software educativo (A2)	Nunca	16	20,8
	Casi nunca	29	37,7
	Ocasionalmente	20	26,0
	Frecuentemente	9	11,7
	Sin dato	3	3,9

Nota. n = 77. Edad en años cumplidos: M = 14,25; DE = 0,80; mediana = 14; mínimo = 13; máximo = 19.

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Análisis de los resultados

Desempeño académico: pretest y postest

En cuanto al pretest, la puntuación media de los estudiantes fue de 2,66 puntos sobre 8 (DE = 1,75; mediana = 3), mientras que en el postest la media fue de 3,53 puntos (DE = 1,64; mediana = 3). Respecto al rango intercuartílico, el mismo fue de 1 a 4 puntos en el pretest y de 2 a 4 en el postest. Así mismo, dentro del pretest se registraron 11 estudiantes (14,3 %) con 5 puntos o más y 3 (3,9 %) con 7 o más, y dentro del postest se registraron 18 (23,4 %) y 5 (6,5 %), respectivamente. La Tabla 3 resume estos puntajes y la Figura 1 representa la distribución de ambas mediciones.

Tabla 3

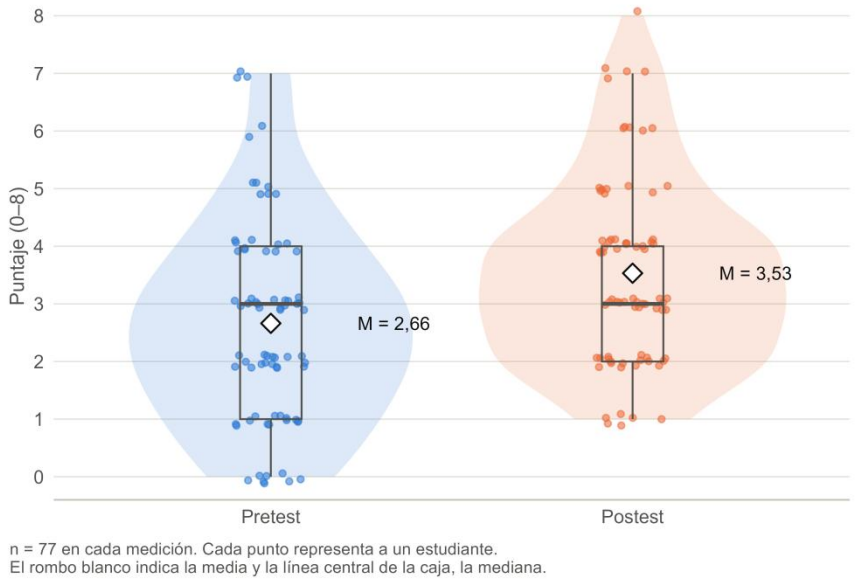
Puntajes del pretest y del postest

Variable	n	Media	DE	Mediana	RIC	Mín.	Máx.
Pretest (0-8 puntos)	77	2,66	1,75	3	1 – 4	0	7
Postest (0-8 puntos)	77	3,53	1,64	3	2 – 4	1	8

Nota. Puntajes calculados sobre los ocho ítems de cada prueba (escala de 0 a 8 puntos). RIC = rango intercuartílico.

Figura 1

Distribución de los puntajes del pretest y del postest



Fuente: Elaboración propia.

Contraste entre el pretest y el postest

La prueba de Shapiro-Wilk indicó que los puntajes se apartaban de la normalidad tanto en el pretest ($W = 0,942$; $p = 0,002$) como en el postest ($W = 0,934$; $p < 0,001$). La diferencia entre las medias

fue de 0,87 puntos. Bajo el modelo exploratorio de independencia, el intervalo de confianza del 95 % fue de 0,33 a 1,41 y la t de Welch fue t(151,3) = 3,186, p = 0,002. El contraste U de Mann-Whitney produjo U = 3810,5, Z = 3,11 y p = 0,002. Ambos procedimientos omiten la dependencia entre las mediciones, por lo que la coincidencia de sus resultados no resuelve la falta de emparejamiento. La diferencia estandarizada fue d = 0,51 (IC 95 % [0,19; 0,83]) y el incremento relativo de la media fue de 32,7 %. Estos valores describen el resultado del modelo empleado, sin sustituir una estimación longitudinal apareada.

Desempeño por ítem

La Tabla 4 desagrega los aciertos por ítem y la Figura 2 representa esa comparación y la dirección del cambio en cada ítem. Los incrementos se concentraron en las razones inversas (ítem 6: +57,1 puntos porcentuales), los problemas contextualizados (ítem 7: +14,3 pp), la semejanza y las razones (ítem 3: +13,0 pp) y la visualización geométrica (ítem 8: +11,7 pp). Por otra parte, los ítems 2, 4 y 5 no mostraron mejora, con diferencias de entre −1,3 y −6,5 pp. Dentro del ítem 2 del postest, 22 estudiantes invirtieron el cociente que define la tangente. Respecto al ítem 4, 29 estudiantes respondieron 10 cm y 22 respondieron 16 cm, valor que corresponde al cateto opuesto, mientras que el ítem solicitaba el cateto adyacente (12 cm). De la misma forma, en el ítem 5 se registraron 32 estudiantes que eligieron 15/17, valor que corresponde al coseno, cuando el ítem solicitaba la tangente (8/15).

Tabla 4

Aciertos por ítem en el pretest y el postest

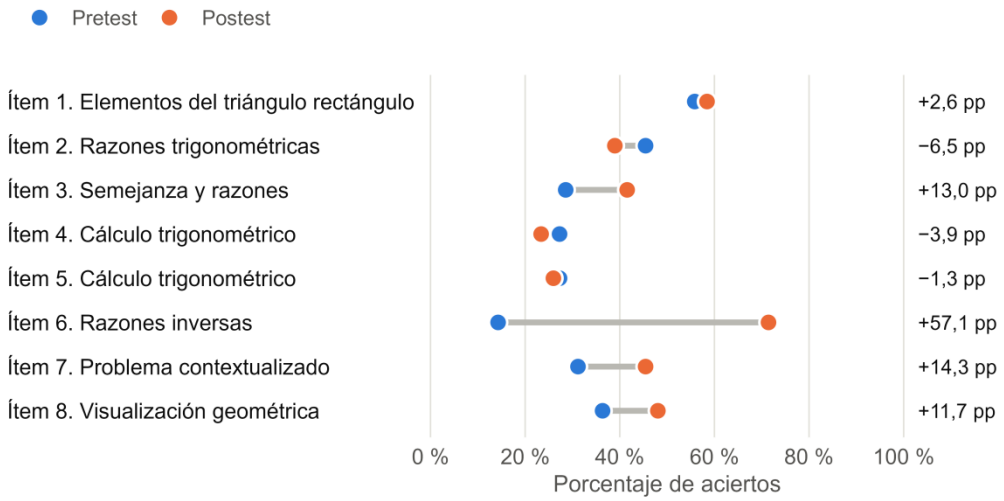
Ítem	Dimensión	Pretest	Postest	Diferencia (pp)
1	Elementos del triángulo rectángulo	43 (55,8)	45 (58,4)	+2,6
2	Razones trigonométricas	35 (45,5)	30 (39,0)	−6,5
3	Semejanza y razones	22 (28,6)	32 (41,6)	+13,0
4	Cálculo trigonométrico	21 (27,3)	18 (23,4)	−3,9
5	Cálculo trigonométrico	21 (27,3)	20 (26,0)	−1,3
6	Razones inversas	11 (14,3)	55 (71,4)	+57,1
7	Problema contextualizado	24 (31,2)	35 (45,5)	+14,3
8	Visualización geométrica	28 (36,4)	37 (48,1)	+11,7

Nota. Los valores se refieren al número de aciertos, y el valor entre paréntesis se refiere al porcentaje calculado sobre los 77 estudiantes. pp = puntos porcentuales.

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Figura 2

Comparación de aciertos por ítem entre el pretest y el postest



n = 77 en cada medición. A la derecha, diferencia entre el postest y el pretest en puntos porcentuales (pp).

Fuente: Elaboración propia.

Uso de Polypad (ficha de observación)

Respecto al uso de Polypad, de acuerdo con los registros de la ficha de observación, los 77 estudiantes se ubicaron en la categoría máxima (“Siempre”) dentro de los cinco indicadores, de esta forma, la distribución no presentó variabilidad. Estos registros describen las categorías asignadas por el equipo observador y no permiten distinguir niveles de desempeño tecnológico ni estimar cambios entre sesiones.

Percepción sobre el uso de Polypad

La percepción de los estudiantes sobre el uso de Polypad se presenta en la Tabla 5. La media general de la escala fue de 4,92 sobre 5 y, en cada afirmación, entre el 93,5 % y el 98,7 % de los estudiantes eligió la categoría máxima.

Tabla 5

Percepción sobre el uso de Polypad

Ítem	1	2	3	4	5	Media
Polypad me ayudó a visualizar mejor los triángulos rectángulos.	0 (0,0)	1 (1,3)	4 (5,2)	0 (0,0)	72 (93,5)	4,86
Polypad facilitó la comprensión de las razones trigonométricas.	0 (0,0)	0 (0,0)	2 (2,6)	3 (3,9)	72 (93,5)	4,91
Las construcciones en Polypad me permitieron comprobar mis resultados.	0 (0,0)	0 (0,0)	2 (2,6)	2 (2,6)	73 (94,8)	4,92
El uso de Polypad hizo más clara la relación entre los lados del triángulo.	0 (0,0)	0 (0,0)	1 (1,3)	4 (5,2)	72 (93,5)	4,92
Considero que Polypad fue útil para aprender trigonometría.	0 (0,0)	0 (0,0)	0 (0,0)	1 (1,3)	76 (98,7)	4,99

Nota. n = 77. Escala Likert de 1 (totalmente en desacuerdo) a 5 (totalmente de acuerdo). Entre paréntesis se indica el porcentaje.

Autoevaluación del aprendizaje

La Tabla 6 recoge la autoevaluación del aprendizaje. La categoría “Logrado” correspondió al 86,5 % de las 384 respuestas válidas de los cinco criterios, en donde entre el 85,7 % y el 88,2 % de los estudiantes se ubicó en esta categoría dentro de cada criterio. Por otra parte, los porcentajes de acierto de los ítems afines del postest fueron menores, los cuales correspondieron a 58,4 % en la identificación de la hipotenusa (ítem 1), 41,6 % en la invariancia de las razones en triángulos semejantes (ítem 3) y 45,5 % en el problema contextualizado (ítem 7).

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Tabla 6

Autoevaluación del aprendizaje

Ítem	Logrado	En proceso	Aún no logrado	Media
Comprendí qué es el seno de un ángulo.	67 (87,0)	6 (7,8)	4 (5,2)	2,82
Pude identificar el cateto opuesto, el cateto adyacente y la hipotenusa.	66 (85,7)	6 (7,8)	5 (6,5)	2,79
Logré resolver problemas usando razones trigonométricas.	66 (85,7)	3 (3,9)	8 (10,4)	2,75
Pude explicar por qué las razones se mantienen en triángulos semejantes.	66 (85,7)	3 (3,9)	8 (10,4)	2,75
Reconocí mis dificultades al trabajar con Polypad.	67 (88,2)	1 (1,3)	8 (10,5)	2,78

Nota. Escala ordinal de tres categorías: Logrado = 3; En proceso = 2; Aún no logrado = 1. El último criterio se calculó sobre 76 respuestas por un dato faltante. Entre paréntesis se indica el porcentaje.

Datos faltantes

Dentro del contraste principal se incluyeron las 77 pruebas del pretest y las 77 del postest. Es importante mencionar que 48 estudiantes respondieron los ocho ítems del pretest y 42 los del postest, mientras que los demás estudiantes dejaron al menos un ítem sin respuesta o con una marca inválida. Las respuestas faltantes correspondieron al 6,8 % del total esperado en el pretest y al 7,0 % en el postest. En el cuestionario de percepción y en la ficha de observación no se registraron datos faltantes, mientras que en la ficha de autoevaluación se registró uno.

Validez de contenido de los instrumentos

La validez de contenido se examinó mediante juicio de expertos y se cuantificó con la V de Aiken (Aiken, 1985). Cinco jueces valoraron 93 elementos de los cinco instrumentos. Los aspectos generales y los ítems comprendieron 75 elementos calificados en claridad, coherencia y relevancia, mientras que 18 bloques por dimensión se valoraron en suficiencia. Por consiguiente, se contabilizaron 1215 calificaciones: $5 \times [(75 \times 3) + (18 \times 1)]$. Para cada elemento y criterio se aplicó $V = \Sigma(r - 1) / [5 \times (4 - 1)]$, en donde r corresponde a la calificación entre 1 y 4. Como todas las calificaciones reportadas fueron 4, el numerador fue 15 y el denominador 15, con V = 1,00 por elemento y criterio y en el resumen general.

El resultado superó el criterio de aceptación de 0,80 y expresó una valoración favorable del contenido por este panel. La ausencia de variación corresponde a un efecto de techo del juicio y no demuestra que los elementos discriminen entre niveles de aprendizaje ni que las dos pruebas tengan igual dificultad. Tampoco permite descartar afinidad institucional o expectativas compartidas, dado que los cinco jueces pertenecieron a la institución. La W de Kendall no pudo estimarse por la ausencia de variación. Las fichas cumplimentadas por cada juez, la identificación de los 93 elementos y la matriz de calificaciones constituyen el respaldo necesario para comprobar este resultado y deben acompañar su documentación complementaria.

Confiabilidad de los instrumentos

La consistencia interna del cuestionario de percepción y de la ficha de autoevaluación se estimó con los datos de la aplicación por medio del alfa de Cronbach, en donde se obtuvo un valor de 0,865 y de 0,989, respectivamente.

Discusión

La comparación mostró un incremento promedio de 0,87 puntos sobre 8 y una diferencia estandarizada de d = 0,51. La t de Welch produjo p = 0,002 bajo el modelo de independencia utilizado, aunque este valor debe interpretarse dentro de su alcance exploratorio, debido a que las dos mediciones procedieron del mismo grupo y no pudieron emparejarse. La magnitud convencionalmente mediana no implica dominio satisfactorio: la media final fue de 3,53 sobre 8 y solo 18 de los 77 estudiantes alcanzaron cinco puntos o más, mientras que 59 permanecieron por debajo de ese valor. En virtud de ello, el cambio observado conserva interés pedagógico como avance del grupo, pero también evidencia dificultades que requieren intervención. La ausencia de emparejamiento impide establecer cuántos estudiantes mejoraron, permanecieron iguales o disminuyeron su puntaje.

Las diferencias respecto de otros estudios deben interpretarse considerando las poblaciones, los contenidos y los diseños. Juandi et al. (2021) informaron un efecto global de 0,96 para GeoGebra y analizaron variaciones según las condiciones de implementación, mientras que Siller y Ahmad (2024) estudiaron manipulativos concretos y virtuales con estudiantes de primaria mediante una

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

comparación entre grupos. Cruz y Viseu (2026) trabajaron con 22 estudiantes de educación superior y una intervención que combinó varios recursos. Sus magnitudes no son directamente intercambiables con la d calculada en este estudio, y sus resultados no permiten establecer la superioridad de una plataforma. La duración de seis sesiones y las características de las tareas constituyen posibles explicaciones de las diferencias, aunque su contribución no fue aislada ni comprobada dentro de esta investigación.

En cuanto al análisis por ítem, el cambio global no fue igual en todos los ítems, ya que los mayores incrementos se registraron en las razones inversas, los problemas contextualizados, la semejanza y la visualización geométrica. Cabe resaltar que todos estos aprendizajes requieren relacionar elementos geométricos, construir, medir y verificar, las cuales fueron las acciones que se trabajaron de forma directa con Polypad dentro de la secuencia. En esa línea, Turgut (2022) observó que los entornos de geometría dinámica permiten articular acciones sobre objetos, representaciones escritas y expresiones matemáticas, porque favorecen la exploración de casos y la construcción de relaciones conceptuales a partir de la manipulación. En las razones inversas, los bloques arcsin, arccos y arctan permitieron contrastar de inmediato el ángulo calculado con el medido en la construcción.

Los ítems 2, 4 y 5 requieren una interpretación específica, debido a que presentaron estancamiento o descenso. Las alternativas seleccionadas mostraron inversión del cociente de la tangente, confusión entre el cateto opuesto y el adyacente y elección del coseno cuando se solicitaba la tangente. Estos errores son compatibles con las dificultades conceptuales descritas por Dhungana et al. (2023) y Hamzah et al. (2021), pero los datos no permiten establecer su causa. Como hipótesis pedagógicas se consideran la distribución del tiempo, con dos sesiones dedicadas al seno y una a la tangente y otra al coseno, y la posibilidad de resolver operaciones mediante bloques de cálculo sin consolidar la identificación de los lados. Estas explicaciones orientan ajustes de la secuencia y requieren comprobarse en una nueva aplicación.

En cuanto a los registros de la ficha de observación, estos se deben interpretar con prudencia. La ubicación de todos los estudiantes en la categoría máxima de los cinco indicadores sugiere que no se presentaron barreras técnicas relevantes, mientras que una distribución sin variabilidad discrimina poco y no permite concluir que el desempeño tecnológico fue igual entre los estudiantes.

La ficha fue llenada por el mismo equipo docente que condujo la intervención, en donde se realizó un solo registro por estudiante para todas las sesiones, y no se contó con un segundo observador ni con una estimación de la concordancia interobservador. Así mismo, la comparación con los resultados académicos respalda esta prudencia, ya que el máximo manejo de la plataforma que se registró se acompañó de un rendimiento final bajo, de tal manera que el manejo de la herramienta no corresponde a la comprensión de las relaciones trigonométricas que se construyen con la misma. Guerrero-Ortiz y Camacho-Machín (2022) encontraron que las tareas diseñadas para ambientes de geometría dinámica promueven principalmente la exploración y el trabajo matemático, de la misma forma, Bülbül y Güler (2023) describen un paso progresivo desde un uso centrado en explorar y visualizar hacia formas más complejas de razonamiento, como investigar invariantes y generalizar. En los dos casos, el dominio operativo del software corresponde únicamente a un punto de partida.

Respecto a la percepción de los estudiantes, la misma fue muy favorable y corresponde a evidencia complementaria y no a una demostración del aprendizaje, en virtud de que no coincide con el rendimiento final del grupo. La satisfacción con un recurso no equivale a un aprendizaje demostrado objetivamente. Es importante mencionar que casi ningún estudiante había utilizado Polypad antes del estudio, por lo cual la valoración puede reflejar en parte la novedad y el atractivo de una herramienta interactiva, así como cierta deseabilidad social a pesar de la confidencialidad que se garantizó. Rizos y Gkrekas (2023) plantean que los ambientes dinámicos funcionan como laboratorios virtuales, en donde el estudiante explora configuraciones, formula conjeturas y busca justificarlas por medio de procedimientos matemáticos. De la misma forma, en el estudio de Cruz y Viseu (2026) los estudiantes señalaron que Polypad hacía las actividades más interactivas, y que arrastrar y rotar piezas mantenía su atención. Estas cualidades ofrecen una posible explicación de la percepción positiva, mientras que para que esa percepción se convierta en aprendizaje se requieren tareas que exijan justificar y transferir lo construido a situaciones en donde no se cuente con el apoyo del software.

En la autoevaluación se observó una distancia entre lo declarado y el desempeño académico del grupo. El 86,5 % de las respuestas válidas se ubicó en “Logrado”, mientras que los aciertos de los ítems afines fueron menores. Esta comparación puede orientar actividades de calibración metacognitiva, aunque no permite afirmar que cada estudiante sobreestimó su aprendizaje, debido a que los instrumentos anónimos no pudieron vincularse. Así mismo, los criterios de

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

autoevaluación y las preguntas académicas son afines, pero no medidas idénticas. Turgut et al. (2022) describieron la relación entre la manipulación, la simbolización y la generalización en entornos dinámicos. En consideración de ello, se propone acompañar la autoevaluación de tareas que permitan al estudiante contrastar su percepción con un procedimiento y una respuesta verificables.

En cuanto al aporte de Polypad dentro de esta experiencia, el mismo corresponde a que las relaciones trigonométricas abstractas se convierten en objetos que se construyen, se miden, se modifican y se verifican, y no únicamente a la incorporación de tecnología. Esa característica responde a las dificultades conceptuales identificadas. Siller y Ahmad (2024) demostraron que integrar manipulativos concretos y virtuales produjo mejoras sustanciales en el rendimiento matemático y señalaron su utilidad para comprender conceptos abstractos. Walkington et al. (2024), al analizar la interacción de 28 estudiantes de secundaria con geometría dinámica mediante realidad aumentada, encontraron que manipular los objetos, cambiar de perspectiva y modificar la escala genera nuevas formas de interacción corporal y perceptual con ellos. Cabe mencionar que, de acuerdo con los resultados de este estudio, ese potencial no se alcanza por sí solo, en virtud de ello la manipulación se debe conectar de forma explícita con la identificación de los elementos del triángulo, la selección de la razón pertinente y la justificación de la misma. El aporte específico de esta experiencia radica en articular esas acciones con una secuencia sobre razones trigonométricas de décimo grado; el diseño empleado no permite establecer qué resultados corresponden a Polypad, a la mediación docente o a la práctica realizada.

Los hallazgos deben interpretarse junto con las limitaciones del estudio. La muestra se seleccionó por conveniencia, la intervención fue breve y no se contó con grupo de control. Los mismos estudiantes participaron en ambas mediciones, pero el anonimato impidió estimar sus diferencias individuales y la correlación pretest-postest. Por consiguiente, la independencia utilizada en los contrastes es una aproximación analítica y sus errores estándar, intervalos y valores p pueden diferir de los que produciría un análisis apareado. No se llevó un registro individual de asistencia a las seis sesiones, por lo que la exposición completa no puede comprobarse. La equivalencia de dificultad se sustentó en el juicio de expertos y no en una calibración empírica. La observación fue realizada por el equipo ejecutor mediante un único registro por estudiante y no presentó variabilidad, mientras que el juicio de contenido también se concentró en la puntuación máxima.

Estas condiciones limitan la atribución del cambio, la capacidad discriminativa de las valoraciones y la generalización de los resultados.

En consideración de estas limitaciones, el incremento promedio se interpreta como un cambio observado durante la aplicación de la secuencia, cuya atribución causal no puede establecerse. Esta precaución es compatible con la variación entre condiciones didácticas descrita por Juandi et al. (2021) y Bülbül y Güler (2023). La contribución principal corresponde a documentar una experiencia contextualizada de trigonometría escolar, sus avances y las dificultades que persistieron. Para una nueva evaluación se requieren instrumentos con códigos anónimos estables que permitan emparejar las mediciones, un grupo comparador, registro de asistencia, seguimiento y observadores independientes.

Ajustes propuestos para una nueva aplicación

Para reforzar la tangente y el coseno se propone que, antes de activar los bloques de cálculo, el estudiante marque el ángulo de referencia, identifique la hipotenusa y distinga los dos catetos en triángulos con distintas orientaciones. Después deberá escribir la razón elegida y justificar qué lados relaciona, resolver la operación en papel y utilizar Polypad para comprobarla. La retroalimentación puede retomar los errores observados en los ítems 2, 4 y 5: invertir el cociente de la tangente, confundir el cateto buscado o elegir 15/17 cuando corresponde 8/15. La comparación entre una respuesta correcta y un distractor debe acompañarse de una explicación geométrica, evitando que la verificación se limite al resultado numérico.

La transferencia se propone evaluar mediante problemas nuevos que cambien los datos, la orientación del triángulo y el contexto, resueltos sin Polypad y con una evaluación posterior que examine la permanencia del aprendizaje. En esa aplicación, el registro diferenciará la identificación de los lados, la selección de la razón, el procedimiento y la interpretación del resultado; así mismo, un código anónimo estable permitirá relacionar las pruebas y distinguir el desempeño individual de la percepción. La redistribución del tiempo hacia tangente y coseno y la incorporación de estas tareas corresponden a una propuesta de mejora, no a actividades cuya efectividad haya sido demostrada en los datos actuales.

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Conclusiones

La secuencia didáctica con Polypad se acompañó de un incremento de la media del grupo, de 2,66 a 3,53 puntos sobre 8, con una diferencia de 0,87 y d = 0,51. Los contrastes exploratorios produjeron p = 0,002 y un intervalo de confianza del 95 % de 0,33 a 1,41 para la diferencia bajo el modelo de independencia. Estos resultados no sustituyen un análisis apareado, debido a que las mediciones procedieron de los mismos estudiantes y el anonimato impidió vincularlas. En virtud de ello, el diseño no permite atribuir el cambio a Polypad ni separar la influencia de la plataforma, la enseñanza, la práctica y otros factores.

El rendimiento final evidenció dificultades persistentes, puesto que solo 18 de los 77 estudiantes alcanzaron cinco puntos o más. Los mayores avances correspondieron a las razones inversas, la semejanza, los problemas contextualizados y la visualización geométrica, mientras que la tangente y el coseno requieren refuerzo. En una nueva aplicación se propone identificar los lados antes de operar, justificar la elección de la razón, contrastar errores frecuentes y comprobar la transferencia mediante problemas nuevos sin apoyo del software. Estas actividades constituyen ajustes derivados de los hallazgos y su efectividad todavía debe evaluarse.

La percepción favorable de Polypad, con una media de 4,92 sobre 5, y la autoevaluación, con 86,5 % de respuestas en “Logrado”, aportan información complementaria sobre la experiencia del grupo, sin demostrar un dominio académico satisfactorio. De la misma forma, los registros máximos de observación y de validación de contenido deben interpretarse dentro de sus límites de variabilidad y procedimiento. La investigación aporta una descripción contextualizada de la secuencia y de sus dificultades, por lo que se recomienda continuar con estudios que incorporen grupo de control, muestras mayores, intervenciones más prolongadas, instrumentos que permitan vincular las mediciones de cada estudiante y observadores independientes.

Referencias bibliográficas

Aiken, L. R. (1985). Three coefficients for analyzing the reliability and validity of ratings. *Educational and Psychological Measurement, 45*(1), 131–142. https://doi.org/10.1177/0013164485451012

Amplify. (s. f.). *Polypad* [Aplicación web]. https://polypad.amplify.com/

Bülbül, B. Ö., & Güler, M. (2023). Examining the effect of dynamic geometry software on supporting geometric habits of mind: A qualitative inquiry. *E-Learning and Digital Media, 20*(2), 138–161. https://doi.org/10.1177/20427530221107776

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Lawrence Erlbaum Associates.

Cruz, S., & Viseu, F. (2026). AI-supported hybrid learning in exploratory geometry: For higher education. *European Journal of Science and Mathematics Education, 14*(3), 471–488. https://doi.org/10.30935/scimath/18798

Danişman, Ş., Savaş, G., Ünveren Bilgiç, E. N., & Arabacı, D. (2026). A meta-analysis of the effect of use of materials on mathematics achievement. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 22*(5), em2828. https://doi.org/10.29333/ejmste/18505

Dhungana, S., Pant, B. P., & Dahal, N. (2023). Students' experience in learning trigonometry in high school mathematics: A phenomenological study. *Mathematics Teaching Research Journal, 15*(4), 184–201. https://eric.ed.gov/?id=EJ1409234

Genç, G. (2024). Matematik öğretiminde Web 2.0 aracı (Polypad) uygulaması örneği. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi, 13*(1), 226–241. https://doi.org/10.30703/CIJE.1287302

Guerrero-Ortiz, C., & Camacho-Machín, M. (2022). Characterizing tasks for teaching mathematics in dynamic geometry system and modelling environments. *Mathematics, 10*(8), 1239. https://doi.org/10.3390/math10081239

Hamzah, N., Maat, S. M., & Ikhsan, Z. (2021). A systematic review on pupils' misconceptions and errors in trigonometry. *Pegem Journal of Education and Instruction, 11*(4), 209–218. https://doi.org/10.47750/pegegog.11.04.20

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Juandi, D., Kusumah, Y. S., Tamur, M., Perbowo, K. S., & Wijaya, T. T. (2021). A meta-analysis of GeoGebra software decade of assisted mathematics learning: What to learn and where to go? *Heliyon, 7*(5), e06953. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06953

Lakens, D. (2013). Calculating and reporting effect sizes to facilitate cumulative science: A practical primer for t-tests and ANOVAs. *Frontiers in Psychology, 4,* 863. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00863

Mailizar, M., Johar, R., & Hidayat, M. (2025). Enhancing remedial learning outcomes using micro-lecture videos: The case of trigonometry. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 21*(4), em2618. https://doi.org/10.29333/ejmste/16173

Mosese, N., & Ogbonnaya, U. I. (2021). GeoGebra and students' learning achievement in trigonometric functions graphs representations and interpretations. *Cypriot Journal of Educational Sciences, 16*(2), 827–846. https://doi.org/10.18844/cjes.v16i2.5685

Ngu, B. H., & Phan, H. P. (2020). Learning to solve trigonometry problems that involve algebraic transformation skills via learning by analogy and learning by comparison. *Frontiers in Psychology, 11,* 558773. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.558773

Rizos, I., & Gkrekas, N. (2023). Is there room for conjectures in mathematics? The role of dynamic geometry environments. *European Journal of Science and Mathematics Education, 11*(4), 589–598. https://doi.org/10.30935/scimath/13204

Siller, H.-S., & Ahmad, S. (2024). The effect of concrete and virtual manipulative blended instruction on mathematical achievement for elementary school students. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 24*(2), 229–266. https://doi.org/10.1007/s42330-024-00336-y

Taamneh, M. A., Díez-Palomar, J., & Mallart-Solaz, A. (2024). Examining tenth-grade students' errors in applying Polya's problem-solving approach to Pythagorean theorem. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 20*(12), em2551. https://doi.org/10.29333/ejmste/15707

Toledo-Nieto, I. A., & Juárez-López, J. A. (2024). Trigonometric ratios in high school students: From instrumental understanding to relational understanding through their application in

motion vectors. *Mathematics Teaching Research Journal, 16*(4), 164–182. https://eric.ed.gov/?id=EJ1442214

Turgut, M. (2022). Reinventing geometric linear transformations in a dynamic geometry environment: Multimodal analysis of student reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20*(6), 1203–1223. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10185-y

Turgut, M., Smith, J. L., & Andrews-Larson, C. (2022). Symbolizing lines and planes as linear combinations in a dynamic geometry environment. *The Journal of Mathematical Behavior, 66*, 100948. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100948

Uwurukundo, M. S., Maniraho, J. F., & Tusiime Rwibasira, M. (2022). Effect of GeoGebra software on secondary school students' achievement in 3-D geometry. *Education and Information Technologies, 27*(4), 5749–5765. https://doi.org/10.1007/s10639-021-10852-1

Walkington, C., Nathan, M. J., Hunnicutt, J., Washington, J., & Zhou, M. (2024). New kinds of embodied interactions that arise in augmented reality dynamic geometry software. *The Journal of Mathematical Behavior, 75*, 101175. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101175

Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés posible.

Financiamiento:

No existió asistencia financiera de partes externas al presente artículo.

Agradecimiento:

N/A

Nota:

El artículo no es producto de una publicación anterior.

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/