ASCE MAGAZINE ISSN: 3073-1178

Revista ASCE Magazine, Periodicidad: Trimestral Enero-Marzo, Volumen:4, Número: 1, Año: 2025 páginas 21-40

Doi: https://doi.org/10.70577/ASCE/70.92/2025

Recibido: 2025-01-10

Aceptado: 2025-02-20

Publicado: 2025-03-15

Sobre la sucesión victoria: Origen, formas de generación y características.

On the victory succession: origin, ways of generation and characteristics.

Alexander José Villarroel Salazar

9no. Semestre en Matemáticas

alexvills76@gmail.com

https://orcid.org/0000-0002-4628-1894

Investigador independiente

Carúpano, Venezuela.

Francisco Javier Villarroel Rosillo

Tesista en Ingeniería en Sistemas

fjvillr02@gmail.com

https://orcid.org/0000-0002-9159-5892

Investigador independiente

Carúpano, Venezuela.

Como citar:

Villarroel Salazar, A. J., & Villarroel Rosillo, F. J. (2025). Sobre la sucesión victoria: Origen, formas de generación y características. ASCE, 4(1), 70–92. https://doi.org/10.70577.ASCE.70.92.2025

Resumen

Este artículo se enfoca en introducir al mundo matemático la llamada “sucesión Victoria” (por el nombre de mi hija) así como otras herramientas matemáticas que son el reloj de primos y la curva o función de Villarroel, ambos de creación de los autores, las cuales son de creación original y propia y surgieron luego de estudiar la espiral de Ulam (1963) y la espiral de Sacks (1994). En el desarrollo del artículo se presentarán diversas formas de generación de la sucesión Victoria, lo cual muestra su versatilidad, su uso y ventajas en la obtención de los números primos de una forma más sencilla. Además, se presentan características de la sucesión Victoria y se incluyen programas de computación en lenguaje C y sus corridas, para mostrar desarrollos de dicha sucesión. Se concluye que la sucesión Victoria es una forma interesante de generación de números primos, ya que todos los números primos están incluidos en dicha sucesión y que la misma ofrece interesantes detalles sobre dichos números.

Palabras claves: Espiral de Ulam, Espiral de Sacks, generación de números primos, polinomio de Euler.

Abstract

This article focuses on introducing to the mathematical world the so-called "Victoria sequence" (after my daughter's name) as well as other mathematical tools that are the prime clock and the Villarroel curve or function, both created by the authors, the which are of original and own creation and emerged after studying the Ulam spiral (1963) and the Sacks spiral (1994). In the development of the article, various ways of generating the Victoria sequence will be presented, which shows its versatility, its use and advantages in obtaining prime numbers in a simpler way. In addition, characteristics of the Victoria succession are presented and computer programs in C language and their runs are included to show developments of said succession. It is concluded that the Victoria sequence is an interesting way of generating prime numbers, since all prime numbers are included in said sequence and that it offers interesting details about said numbers.

Keywords: Ulam spiral, Sacks spiral, generation of prime numbers, Euler polynomial.

Introducción

Según Kittl (1999, p.3) y Bernaschini (2017, p.31) "La sucesión de los números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, … puede obtenerse fácilmente con el método de la criba de Eratóstenes (275-194 A.C.).", lo cual unido a los enunciados de Euclides en su libro Elementos dieron a conocer dichos números, que desde ese tiempo han sido un tema de amplio estudio y uno de los problemas inconclusos en cuanto a la generación de los "ladrillos de las matemáticas" como se conoce a los primos.

Los matemáticos han buscado formas diferentes de generar primos sea mediante fórmulas como el polinomio generador de Euler y diversas expresiones como los primos de Fermat (López y López (2014, p. 60), García y González (2011)), entre otros muchos métodos como la espiral de Ulam y a la espiral de Sacks, las cuales permiten visualizar patrones sobre la distribución de los números primos. Sin embargo, aunque esas espirales fueron interesantes en su tiempo no ofrecen los primos como ciertas evaluaciones de expresiones cuadráticas o polinómicas.

Este artículo parte del estudio de las dos espirales citadas y la búsqueda de una mejor búsqueda de los números primos, de lo que surgió la llamada sucesión Victoria que es significativa, pues incluye los primos en una forma más eficiente y lo interesante es que esta sucesión tiene muchas formas de generación e incluye entre sus elementos a todos los números primos.

Métodos

1. Preliminares

Para la comprensión de este artículo son importantes los siguientes aspectos teóricos que se presentan a continuación:

1.1. Números primos

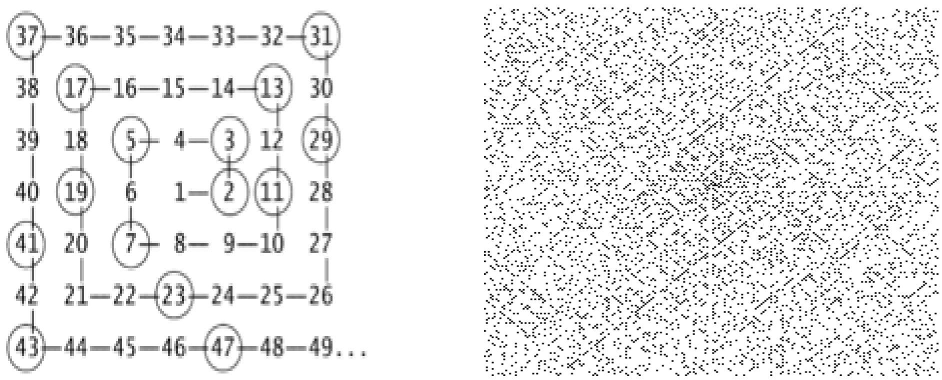
Según Mora (2010, p.17), Bonet (2014, p.7) y Bernaschini (2017, p.30) "Un entero $p > 1$ se dice primo si sus únicos divisores son 1 y p. Si p no es primo, se dice compuesto". En efecto, un número compuesto, es como mínimo producto de dos números primos, los cuales pueden ser iguales solo en el caso de un número cuadrado.

Además, en los artículos de Villarroel y Villarroel (2022) y Villarroel y Villarroel (2023) ambos relacionados con los números primos, los autores citan a García (2005, p.87), Gracián (2010, p.25), Niven y Zuckerman (2004), Burton W. (1969, p.55), Pérez (2022), Graña et al. (2009) y Jiménez et al. (2004), entre otros referentes sobre los números primos.

1.2. Espiral de Ulam

Según Stein et al (1963), Stein et al(1967) y Palazzesi (2018) esta espiral fue creada en 1963 por el matemático noruego Stanisław Ulam se encontraba en una conferencia científica disponiendo los números enteros sobre dicha espiral y marcando los números primos, de lo cual notó la existencia de patrones regulares en diagonales que Gardner (1964, p.122) convirtió en el artículo de la portada de la revista Scientific American quien la popularizó en la columna Mathematical Games.

Figura 1: Espiral de Ulam hasta el número 49 y con muchísimos términos



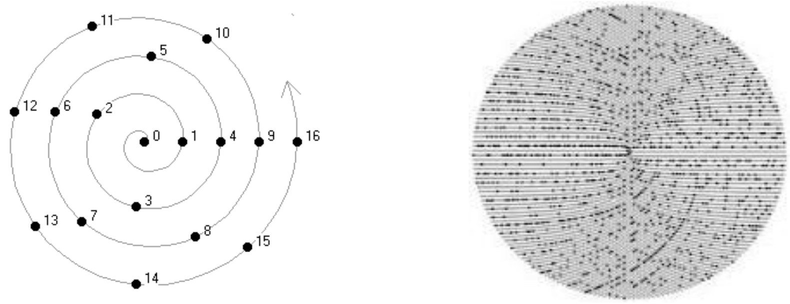
Fuente: imágenes tomadas de Google y de Gaussianos

1.3. Espiral de Sacks

Según Sacks (2003), Ross (2007) y Hanh (2008) esta espiral es una variante de la espiral de Ulam creada en 1994. Se diferencia de la espiral de Ulam por las siguientes características: 1) Los puntos se ubican sobre una espiral de Arquímedes en vez de sobre una espiral cuadrada como utilizó Ulam, 2) Se ubica el cero en el centro de la espiral, y 3) Se realiza un giro completo para cada cuadrado perfecto mientras que en la espiral de Ulam se ubican dos cuadrados por giro o rotación.

Algunas curvas que comienzan en el origen parecen tener una gran densidad de números primos; una de estas curvas, por ejemplo, contiene números del tipo $n^2 + n + 41$, que es un famoso polinomio abundante en números primos que descubriera Leonhard Euler en 1774.

FIGURA 2. Espiral de Sacks con pocos y con infinitos términos



Fuente: imágenes tomadas de Google y de Gaussianos

1.4. Polinomios generadores de números primos

Morales (2012) y Alonso (2022) afirman que "el polinomio de Euler de 1772 cuya ecuación es $n^2 + n + 41$, fue capaz de generar números primos al ser evaluado entre $n = 0\ y\ n = 39$, pero luego genera el número compuesto 1681 para n=40". La lista de esos números primos es la siguiente: 41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131, 151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853,911, 971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601. Para n=40 el resultado es 1681, que no es primo ya que 1681=41^2.

Además Alonso (2022) indica que "Usando ordenadores, se descubrió que el polinomio $n^2 - 79n + 1601$ genera 80 números primos para todos los valores de n entre 0 y 79."

Sin embargo, en opinión propia, aunque el polinomio de Euler fue importante por ser pionero en cuanto a polinomios generadores de primos, lo cierto es que no lo es tanto, ya que no genera los primos desde el comienzo, hay saltos entre primos y solo genera 40 números primos.

Otros polinomios generadores de grados mayores que son presentados por Morales (2012) son:

$n^3 + n^2 + 17$, que da 11 primos distintos para n desde 0 hasta 10.

$2\,n^2 + 11$, que da 11 primos distintos para n desde 0 hasta 10

$2\,n^2 + 29$, que da 29 primos distintos para n desde 0 hasta 28.

$36\,n^2 - 810\,n + 2753$, que da 45 primos distintos para n desde 0 hasta 44.

En su artículo, Morales (2012) presenta una tabla interesante acerca de varios de dichos polinomios donde plantea polinomios, cantidad de primos generados y sus creadores.

Resultados

2.1. FORMAS DE GENERACIÓN

En esta parte, se mostrarán las formas de generar la sucesión Victoria. Además, se introducen en la teoría de números el reloj de primos, la curva o función de Alexvills y los semiprimos de Alexvills, herramientas matemáticas que surgieron de esta investigación. Las posibilidades de representación evidencian la versatilidad de la sucesión Victoria para su obtención a diferencia de sucesiones como la de Fibonacci y la de Pell, que contienen los números aúreos y los números plateados o sus razones.

Dichas formas de generación de la sucesión Victoria abarcan desde lo que hemos llamado "reloj de primos" hasta una sucesión al estilo Fibonacci (algo modificada) y de un procedimiento de suma y resta hasta el uso de varias sucesiones, en la cual hay una de ellas que es de tipo ramificada.

Debe precisarse, que si bien la Sucesión Victoria no garantiza la obtención de primos en forma totalmente solitaria si contribuye a disminuir los números considerados (por las espirales anteriores, los polinomios generadores de primos y por la criba de Eratóstenes) ofreciendo una forma más económica de acercarse a los números primos.

2.1.1. PRIMERA FORMA DE GENERACIÓN

EL RELOJ DE PRIMOS

Surge de considerar el comportamiento de los números primos como horas en un reloj de agujas. Pudo observarse que, con excepción del 2 y el 3 (ya que luego, los que siguen a 2 son solo pares $(2, 14, 26, 38, 50, \ldots .2 + 12n)$ y los que siguen al 3 son divisibles entre 3) los primos en su mayoría se encontraban alineados en 4 horas específicas del reloj las cuales son 1, 5, 7 y 11, ya que el grupo de valores que surgen al sumar 12 a cada una de esas horas, forman las sucesiones $1 + 12n, 5 + 12n, 7 + 12n \; y \; 11 + 12n$ sucesiones de las cuales se presentan los primeros 10 elementos de cada una de ellas:

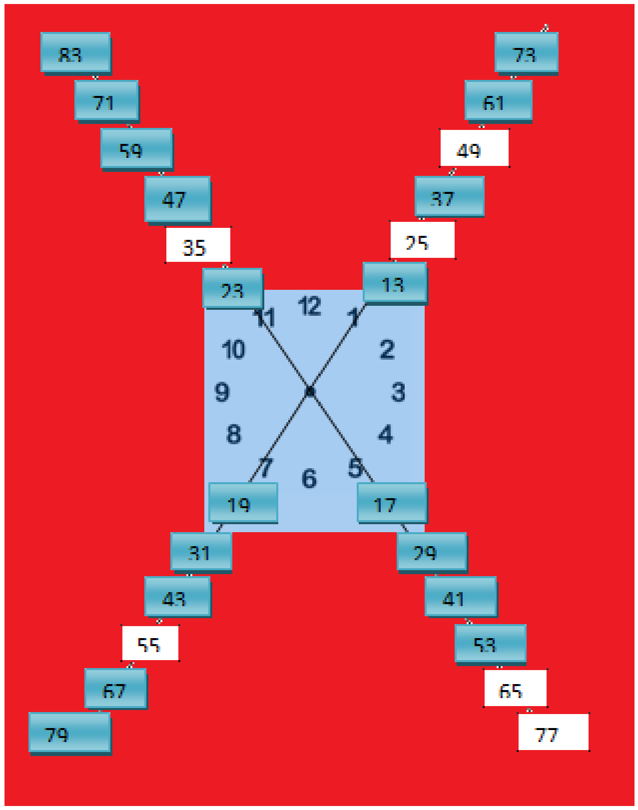
$$\{\mathbf{1 + 12n}\} = \{\mathbf{1, 13, 25, 37, 49, 61, 73, 85, 97, 109}, ., .\}$$

$$\{\mathbf{5 + 12n}\} = \{\mathbf{5, 17, 29, 41, 53, 65, 77, 89, 101, 113}, \ldots\}$$

$$\{\mathbf{7 + 12n}\} = \{\mathbf{7, 19, 31, 43, 55, 67, 79, 91, 103, 115}, \ldots\}$$

$$\{\mathbf{11 + 12n}\} = \{\mathbf{11, 23, 35, 47, 59, 71, 83, 95, 107, 119}, \ldots\}$$

Figura 3: El reloj de primos en sus primeras vueltas



Fuente: elaboración propia de los autores

Si el lector recorre ascendentemente los valores anteriores sin tomar al número 1 entonces se obtiene la siguiente lista:

5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 85, 89, 91, 95, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 115, 117, 119

NOTA: los lectores pueden verificar que al desarrollar valores en las 4 sucesiones indicadas se generan estos valores y además puede ir viendo que las listas contienen a los números primos y a otros números compuestos, pero es importante que el reloj de primos ubica sobre 2 líneas todos los números primos desde 5 hasta infinito, con lo cual se puede tener gracias a la ayuda de un reloj una mejor interpretación acerca de donde se ubican los primos.

2.1.2. SEGUNDA FORMA DE GENERACIÓN

LA CURVA O FUNCIÓN DE VILLARROEL

Esta función radical surge de la observación de un detalle observado en el reloj de los primos basado en la sucesión 1+12n, que contiene todos los cuadrados de los números primos (desde el 5 y hasta infinito) y de los números compuestos. El estudio llevó a precisar la necesidad de sacar la raíz para obtener los primos, pero al mismo tiempo en vez de partir del 1+12n se parte de 13+12n, con lo cual evaluar valores de n y obtener los valores enteros de la curva se obtiene la sucesión Victoria nuevamente. Es decir, que lo que se logra con las 2 rectas del reloj de primos, se alcanza también con la curva o función de Villarroel, la cual se denota FV(n), solo devuelve los valores enteros para ciertos valores de n y se define como:

$$FV(n) = \sqrt{13+12n}$$

Al evaluar los primeros valores que se obtienen son:

$$n = 1 \ ==> FA(1) = \ 5$$

$$n = 3 \ ==> FA(3) = 7$$

$$n = 9 \ ==> FA(9) = 11$$

$$n = 13 \ ==> FA(13) = 13$$

$$n = 23 \ ==> FA(23) = 17$$

$$n = 29 \ ==> FA(29) = 19$$

$$n = 43 \ ==> FA(43) = 23$$

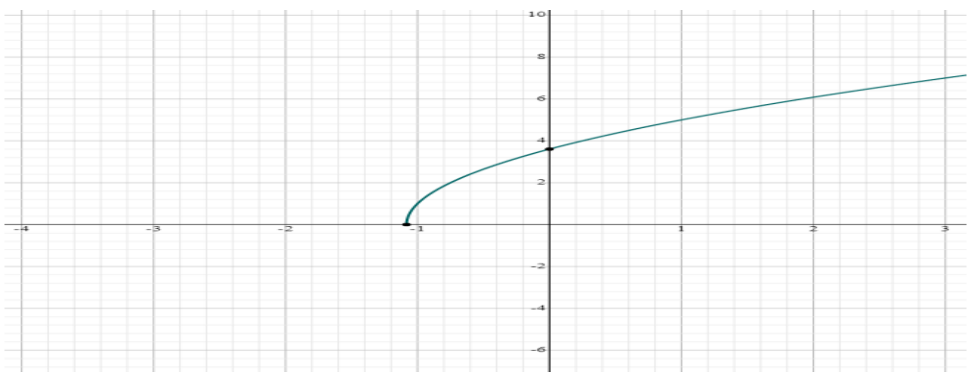


Figura 4: Gráfica de la función $FA(n) = \sqrt{13+12n}$ en symbolab

Fuente: elaboración propia de los autores.

A continuación, se presenta la contención de los cuadrados de los primos en la sucesión 1+12n y los términos que se generan en la curva de Villarroel.

Tabla 3. programas de cuadrados en 1+12n y curva de Villarroel

PROGRAMA QUE GENERA LA SUCESIÓN DE LOS NUMEROS AL CUADRADOS EN LA SUCESIÓN 1+12N. **#include <stdio.h>** **#include <math.h>** **int main()** **{** **long int n, FA, r;**	**PROGRAMA QUE MUESTRA COMO LA CURVA DE VILLARROEL GENERA SIN ERRORES LA SUCESSION VICTORIA** **#include <stdio.h>** **#include <math.h>** **int main()** **{**

for (n=1; n<=10000; n++) **{ FA=1+12*n; r=sqrt(FA);** **if(FA==r*r)** **printf("%ld, ", FA); }** **return 0;** **}**	**long int n, FA, r;** **for (n=1; n<=10000; n++)** **{ FA=13+12*n; r=sqrt(FA);** **if(FA==r*r)** **printf("%ld, ", r); }** **return 0;** **}**
CORRIDA DEL PROGRAMA 25, 49, 121, 169, 289, 361, 529, 625, 841, 961, 1225, 1369, 1681, 1849, 2209, 2401, 2809, 3025, 3481, 3721, 4225, 4489, 5041, 5329, 5929, 6241, 6889, 7225, 7921, 8281, 9025, 9409, 10201, 10609, 11449, 11881, 12769, 13225, 14161, 14641, 15625, 16129, 17161, 17689, 18769, 19321, 20449, 21025, 22201, 22801, 24025, 24649, 25921, 26569, 27889, 28561, 29929, 30625, 32041, 32761, 34225, 34969, 36481, 37249, 38809, 39601, 41209, 42025, 43681, 44521, 46225, 47089, 48841, 49729, 51529, 52441, 54289, 55225, 57121, 58081, 60025, 61009, 63001, 64009, 66049, 67081, 69169, 70225, 72361, 73441, 75625, 76729, 78961, 80089, 82369, 83521, 85849, 87025, 89401, 90601, 93025, 94249, 96721, 97969, 100489, 101761, 104329, 105625, 108241, 109561, 112225, 113569, 116281, 117649,	**CORRIDA DEL PROGRAMA 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 85, 89, 91, 95, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 115, 119, 121, 125, 127, 131, 133, 137, 139, 143, 145, 149, 151, 155, 157, 161, 163, 167, 169, 173, 175, 179, 181, 185, 187, 191, 193, 197, 199, 203, 205, 209, 211, 215, 217, 221, 223, 227, 229, 233, 235, 239, 241, 245, 247, 251, 253, 257, 259, 263, 265, 269, 271, 275, 277, 281, 283, 287, 289, 293, 295, 299, 301, 305, 307, 311, 313, 317, 319, 323, 325, 329, 331, 335, 337, 341, 343,**

fuente: elaboración propia de los autores

2.1.3. TERCERA FORMA DE GENERACIÓN AL ESTILO FIBONACCI

Fibonacci (Leonardo de Pisa (1170-1240)) fue un matemático italiano que creó la conocida como sucesión de Fibonacci, la cual presentó en su libro Líber Abaci en el año 1202. Esta sucesión se forma con los números iniciales 0 y 1 y cada siguiente término se forma a partir de una fórmula de recurrencia, en la cual se suman los dos últimos términos.

Es sabido que 2 y 3 son los dos primeros primos, luego les siguen 5, 7 y 11 a partir de ellos se crea una representación de los términos de la sucesión Victoria por medio de una sucesión que consiste en lo siguiente:

1) Se fijan los tres números primos 5, 7 y 11 términos de la sucesión Victoria

2) Cada siguiente término será (similar al estilo de Fibonacci) la suma de los dos últimos menos el primero. Esto debe repetirse hasta infinito con los 3 últimos términos que se tengan en la

sucesión. De hacer esta simple operación varias veces se obtiene que los primeros 25 términos de la sucesión Victoria son:

5, 7, 11, 11+7-5=13, 13+11-7=17, 17+13-11=19, 19+17-13=23, 23+19-17=25, 25+23-19=29, 29+25-23=31,31+29-25=35, 35+31-29=37, 37+35-31=41, 41+37-35=43, 43+41-37=47, 47+43-41=49, 49+47-43=53, 53+49-47=55, 55+53-49=59, 59+55-53=61, 61+59-55=65, 65+61-59=67, 67+65-61=71, 71+67-65=73, 73+71-67=77.

El lector puede notar que de los primeros 25 términos de la sucesión solo fallan 6 pero a pesar de dichos fallos es importante ver que allí se van abarcando todos los números primos sin excepciones, es decir, que no se salta ninguno y no se deja de incluir ninguno, hasta infinito.

A continuación, se presenta un programa en lenguaje C donde se muestra la generación de los primeros números de la sucesión Victoria.

(Nota: computacionalmente se ha comprobado que se incluyen todos los números primos hasta un billón usando programación en lenguaje C++, pero me reservo la presentación de dicha información, ya que si se coloca aquí se ampliaría mucho la extensión del presente artículo.)

2.1.4. CUARTA FORMA DE GENERACIÓN

LA SUCESIÓN RAMIFICADA DE VILLARROEL

Esta sucesión salió del hecho de jugar con números y querer buscar un comportamiento de los números primos, de lo que se pudo apreciar que para los números mayores que el 5 se da una especie de repetición de los números de la sucesión 3+6n que resulta ser muy interesante y que genera, por un camino muy diferente al del reloj de primos, la función de Villarroel y la sucesión tipo Fibonacci, los mismos números de dichas sucesiones. Esto revela que ciertamente hay una sucesión que contiene a los números primos, pero que además contiene otros valores que aunque se quieran separar de ellos es prácticamente imposible hacerlo

$$\boldsymbol{V(n)} = \begin{cases} \boldsymbol{V(0)=2,\; V(1)=3,\; V(2)=s(0)+s(1)} & \boldsymbol{(i)} \\ \boldsymbol{V(2n+1)=2V(2n)-3(2n-1)\quad con\; n\geq 1} & \boldsymbol{(ii)} \\ \boldsymbol{V(2n+2)=2V(2n+1)-3(2n-1)\quad con\; n\geq 1} & \boldsymbol{(iii)} \end{cases}$$

A continuación, se muestra el desarrollo de los primeros términos de la sucesión V(n). Como se puede apreciar (i), indica los primeros 3 primos del cual 5 es el primer término de la sucesión victoria y posteriormente se deben iterar en (ii) y (iii) en forma alternada considerando el hecho de tomar para cada uno de los cálculos el valor obtenido en el paso anterior. De esta manera se obtienen los primeros 22 términos de la sucesión los cuales son los siguientes:

$$\boldsymbol{V\,(0)=2}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{1}) = \mathbf{3}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{2}) = \mathbf{2} + \mathbf{3} = \mathbf{5}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{3})\ = \mathbf{2} * \mathbf{5} - \mathbf{3}(\mathbf{1}) = \mathbf{10} - \mathbf{3} = \mathbf{7}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{4})\ = \mathbf{2} * \mathbf{7} - \mathbf{3}(\mathbf{1}) = \mathbf{14} - \mathbf{3} = \mathbf{11}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{5})\ = \mathbf{2} * \mathbf{11} - \mathbf{3}(\mathbf{3}) = \mathbf{22} - \mathbf{9} = \mathbf{13}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{6})\ = \mathbf{2} * \mathbf{13} - \mathbf{3}(\mathbf{3}) = \mathbf{26} - \mathbf{9} = \mathbf{17}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{7})\ = \mathbf{2} * \mathbf{17} - \mathbf{3}(\mathbf{5}) = \mathbf{34} - \mathbf{15} = \mathbf{19}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{8}) = \mathbf{2} * \mathbf{19} - \mathbf{3}(\mathbf{5}) = \mathbf{38} - \mathbf{15} = \mathbf{23}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{9}) =\ \mathbf{2} * \mathbf{23} - \mathbf{3}(\mathbf{7}) = \mathbf{46} - \mathbf{21} = \mathbf{25}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{10}) = \mathbf{2} * \mathbf{25} - \mathbf{3}(\mathbf{7}) = \mathbf{50} - \mathbf{21} = \mathbf{29}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{11}) = \mathbf{2} * \mathbf{29} - \mathbf{3}(\mathbf{9}) = \mathbf{58} - \mathbf{27} = \mathbf{31}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{12}) = \mathbf{2} * \mathbf{31} - \mathbf{3}(\mathbf{9}) = \mathbf{62} - \mathbf{27} = \mathbf{35}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{13}) = \mathbf{2} * \mathbf{35} - \mathbf{3}(\mathbf{11}) = \mathbf{70} - \mathbf{33} = \mathbf{37}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{14}) =\ \mathbf{2} * \mathbf{37} - \mathbf{3}(\mathbf{11}) = \mathbf{46} - \mathbf{21} = \mathbf{41}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{15}) = \mathbf{2} * \mathbf{41} - \mathbf{3}(\mathbf{13}) = \mathbf{82} - \mathbf{39} = \mathbf{43}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{16})\ = \mathbf{2} * \mathbf{43} - \mathbf{3}(\mathbf{13}) = \mathbf{86} - \mathbf{39} = \mathbf{47}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{17})\ = \mathbf{2} * \mathbf{47} - \mathbf{3}(\mathbf{15}) = \mathbf{94} - \mathbf{45} = \mathbf{49}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{18})\ = \mathbf{2} * \mathbf{49} - \mathbf{3}(\mathbf{15}) = \mathbf{98} - \mathbf{45} = \mathbf{53}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{19}\ ) =\ \mathbf{2} * \mathbf{53} - \mathbf{3}(\mathbf{17}) = \mathbf{106} - \mathbf{51} = \mathbf{55}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{20})\ = \mathbf{2} * \mathbf{55} - \mathbf{3}(\mathbf{17}) = \mathbf{110} - \mathbf{51} = \mathbf{59}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{21})\ = \mathbf{2} * \mathbf{59} - \mathbf{3}(\mathbf{19}) = \mathbf{118} - \mathbf{57} = \mathbf{61}$$

$$\boldsymbol{V}\ (\mathbf{22})\ = \mathbf{2} * \mathbf{61} - \mathbf{3}(\mathbf{19}) = \mathbf{122} - \mathbf{57} = \mathbf{65}$$

NOTA: El lector puede seguir verificando como de la formaseñalada se van obteniendo los siguientes términos de la sucesión Victoria

2.1.5. QUINTA FORMA DE GENERACIÓN

A PARTIR DE LOS TRIANGULARES MÚLTIPLOS DE 6

Los números triangulares son aquellos que son de la forma n(n+1)/2. García y Martinón (1998) afirman que "Nicómaco indica que los números triangulares, son los números poligonales más simples, forman la sucesión 1, 3, 6, 10, 15, ... cuyos términos se obtienen a partir de 1 como suma de números naturales sucesivos:

1 =1, 1 + 2 = 3, 1 + 2 + 3 = 6, 1 + 2 + 3 + 4 = 10, 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15

Cada uno de estos números se representa mediante una configuración plana de puntos basada en la forma triangular”

Los autores, Castañeda y Castañeda (2022) señalan que “Los números como el 5050, que resultan de sumar los primeros números naturales, desde el 1 hasta algún número dado, se llaman números triangulares. La sucesión de los números triangulares empieza así, 1, 1 + 2 = 3, 1 + 2 + 3 = 6, entre otros. En otras palabras, un entero positivo T es un número triangular si existe un entero positivo b tal que T es igual a la suma de los primeros b enteros positivos. Se utiliza la notación T(b) para representar a dicho número triangular

$$\mathbf{T}(\mathbf{b}) \;=\; \sum_{i=1}^{b} i = 1 + 2 + \cdots + (b-1) + b = \frac{b(b+1)}{2}$$

A continuación, se usa lenguaje C para presentar un programa en el cual se muestran los triangulares divisibles entre 6.

En el programa en C del lado izquierdo se presentan los valores de i cuyas diferencias para cada par sucesivo sin repeticiones son los que generan los números de la sucesión Victoria. En el programa en lenguaje C de la derecha solo se van imprimiendo las diferencias que surgen para abreviar la corrida de la izquierda. Las frases “suprimiendo la impresión” y la colocación de los simboles /* y */ en las líneas respectivas, anulan la impresión como en el programa del lado izquierdo llevando a que queden en la corrida del programa del lado derecho solo los números de la sucesión Victoria.

Tabla 4. Programas de triangulares múltiplos de 6(Izq.: extendida, Der.: Resumen de valores)

Programa que estudia los números triangulares que son múltiplos de 6. **#include <stdio.h>** **#include <math.h>** **int main ()** **{** **long int n, m, p, i, d, sen, dif, c, cont=0;** **for(n=3; n<4;n++)** **{** **m=n*(n+1)/2;** **printf ("\n Para n=%ld se tiene que m=%ld es triangular", n, m);** **for (i=2;i<100; i++)**	**Programa que estudia los números triangulares que son múltiplos de 6.** **#include <stdio.h>** **#include <math.h>** **int main ()** **{** **long int n, m, p, i, d, sen, dif, c, cont=0;** **for(n=3; n<4;n++)** **{** **m=n*(n+1)/2;** **/* printf ("\n Para n=%ld se tiene que m=%ld es triangular", n, m); suprimiendo la impresión */** **for (i=2;i<100000; i++)**

{
p=i*m; d=i; c=sqrt(2*p);
if(c*(c+1)==2*p)
{ cont=cont+1;
printf("\n con i=%ld, p=%ld es triangular", i, p);
if(cont%2==1 sen=d;
if(cont%2==0)
{ dif= i-sen;
printf(" y la diferencia es dif=%ld-%ld=%ld",i, sen, dif); }
}
}
}
return 0;
}
	{
	p=i*m; d=i; c=sqrt(2*p);
	if(c*(c+1)==2*p)
	{
	cont=cont+1;
	/* printf("\n con i=%ld, p=%ld es triangular", i, p); suprimiendo la impresion */
	if(cont%2==1) sen=d;
	if(cont%2==0)
	{
	dif= i-sen;
	printf(" %ld", dif);
	}
	}
	}
	}
	return 0;
	}

CORRIDA DEL PROGRAMA Para n=3 se tiene que m=6 es triangular Con i=6, p=36 es triangular Con i=11, p=66 es triangular y la diferencia es dif=11-6=5 Con i=13, p=78 es triangular Con i=20, p=120 es triangular y la diferencia es dif=20-13=7 Con i=35, p=210 es triangular Con i=46, p=276 es triangular y la diferencia es dif=46-35=11 Con i=50, p=300 es triangular Con i=63, p=378 es triangular y la diferencia es dif=63-50=13 Con i=88, p=528 es triangular Con i=105, p=630 es triangular y la diferencia es dif=105-88=17 Con i=111, p=666 es triangular Con i=130, p=780 es triangular y la diferencia es dif=130-111=19 Con i=165, p=990 es triangular	**CORRIDA DEL PROGRAMA** 5 7 11 13 17 19 23 25 29 31 35 37 41 43 47 49 53 55 59 61 65 67 71 73 77 79 83 85 89 91 95 97 101 103 107 109 113 115 119 121 125 127 131 133 137 139 143 145 149 151 155 157 161 163 167 169 173 175 179 181 185 187 191 193 197 199 203 205 209 211 215 217 221 223 227 229 233 235 239 241 245 247 251 253 257 259 263 265 269 271 275 277 281 283 287 289 293 295 299 301 305 307 311 313 317 319 323 325 329 331 335 337 341 343 347 349 353 355 359 361 365 367 371 373 377 379 383 385 389 391 395 397 401 403 407 409 413 415 419 421 425 427 431 433 437 439 443 445 449 451 455 457 461 463 467 469 473 475 479 481 485 487 491 493 497 499 503 505 509 511 515 517 521 523 527 529 533 535 539 541 545 NOTA: EN ESTE PROGRMA SE ABREVIA LA IMPRESIÓN DEJANDO SOLAMENTE LAS DIFERENCIAS ENTRE LOS VALORES DE i QUE

Con i=188, p=1128 es triangular y la diferencia es dif=188-165=23 **Solo se presenta parte de la corrida del programa**	**SON LOS QUE GENERAN LOS NÚMEROS DE LA SUCESIÓN VICTORIA.**

Fuente: elaboración propia de los autores

2.1.6. SEXTA FORMA DE GENERACIÓN

COMO PROMEDIO DE DOS SUCESIONES CUALESQUIERA

Si se parte de dos sucesiones de dos términos que tengan promedios 5, 7, 11 por ejemplo se puede tomar s1=3, 6, 11, … y s2= 7, 8, 11,… y si se repite el procedimiento de la tercera forma de generación, es decir, sumar los dos últimos valores y restar el anterior a ellos en este caso se obtienen los siguientes valores:

S1 3 6 11 14 19 22 27 30 35 38 43 46 51 54 59 62 67 70 75 78 83 86 …

S2 7 8 11 12 15 16 19 20 23 24 27 28 31 32 35 36 39 40 43 44 47 48 …

De lo anterior los promedios son 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67. …

Entonces si se extienden las sucesiones s1 y s2 repitiendo los procedimientos y se buscan los promedios se generan los términos de la sucesión Victoria.

Curiosidades

1) ¿Por qué si se toma cualquier conjunto de 3 valores para 2 sucesiones distintas a estas (cualesquiera que sean) y se extienden sus términos indefinidamente porque siempre surge la sucesión Victoria?

lo puede verificar para

s1= 4, 6, 11 y s2= 6, 8, 11

s1=5, 7, 10 y s2= 5, 7, 12

2) ¿lo del inciso 1) es un hecho aislado o se repite en el caso de tomar otras sucesiones como en la forma de generación 2 y luego elegir dos sucesiones que generen los tres primeros números como en la forma de generación 6.?

2.1.7. SÉPTIMA FORMA DE GENERACIÓN

NÚMEROS DE LAS FORMAS 6N-1 Y 6N+1

las sucesiones 6n-1 y 6n+1 al ser evaluadas en los naturales generan los números:

{6n-1} = {5,11,17,23,29,35,41,47,53, 59, 65, 71, 77, 83, 89, 95, …}

{6n+1} = {7, 13, 19,25,31,37,43,49,55,61,67,73,79, 85, 91, 97, …}

Al hacer el ordenamiento de los valores de ambas sucesiones se obtiene la sucesión Victoria cuyos primeros valores son

V(n)= {5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 85, 89, 91, 95, 97, …}

Discusión

Puede verse que la sucesión Victoria tiene según lo aquí mostrado siete formas de generación entre las cuales están:

Reloj de primos

Curva o función de Alexvills

Al estilo Fibonacci

La sucesión ramificada de Alexvills

A partir de los triangulares múltiplos de 6

Como promedio de dos sucesiones cualesquiera

Números de las formas 6n-1 y 6n+1

Es decir, que la sucesión Victoria desde el punto de vista operacional se puede obtener desde diferentes perspectivas de trabajo o por diferentes medios. Es necesario decir sobre ella, que si bien ocurre que la segunda, cuarta, quinta y sexta forma de generación son algo complicadas, es sin lugar a ninguna duda sumamente extraordinario que dicha sucesión aparezca en tantas formas dentro del ámbito de las matemáticas y es muy posible que posteriormente sean encontradas más formas de generación de dicha sucesión que darán muchas sorpresas y que pueden permitir lograr avances mayores en lo relacionado con la generación de los famosos números primos

Además, puede verse que la séptima forma de generación se relaciona con las sucesiones 6n-1 y 6n+1 que son famosas por ser generadoras de primos, pero es necesario comentar que tradicionalmente las fórmulas 6n-1 y 6n+1 crean dos conjuntos disjuntos de números primos, `pero la sucesión Victoria reúne en un conjunto único a dichas sucesiones, con lo cual contiene a todos los primos desde 5 hasta infinito en un solo conjunto, una sola curva o una sola función como puede apreciarse en la curva o función de Villarroel.

No requiere hacer evaluaciones sucesivas de valores de n en las dos formas expresivas 6n-1 y 6n+1

La sucesión Victoria no requiere tomar en cuenta a todos los naturales, sino que ella genera solo números primos y una serie de no primos. Sin embargo, pese a los números no primos que contine los métodos anteriores como la espiral de Ulam, la espiral de Sacks y la criba de Eratóstenes requerían la exploración de todos los naturales, tanto en la representación de dichas herramientas como en sus procesos de análisis para seleccionar los primos, mientras que aquí no es necesario disponer de todos los números naturales.

En la sucesión Victoria debe entenderse que al hallar un número cualquiera si su raíz es primo automáticamente es un semiprimo (por ejemplo 25, 49 y otros cuadrados , así como productos de primos diferentes contenidos en la sucesión victoria, entre ellos 35=5*7, 55=5*11, 65=5*13, entre otros). Ahora bien, si no lo divide ninguno de los primos menores a su raíz automáticamente es primo, de lo contrario si hay un número previo que lo divide automáticamente es un compuesto de los que contiene también la sucesión Victoria.

La sucesión Victoria no contiene ningún número par y hace una exclusión definitiva de los números pares, lo cual la hace operativamente mucho mejor que las espirales y la criba de Eratóstenes.

El reloj de primos es mucho más ventajoso que las espirales de Ulam y Sacks, ya que no necesita de crear funciones cuadráticas que exigen ir probando que valores de b y c satisfacen en la forma $f(n) = an^2 + bn + c$. Resume a todos los primos desde 5 en adelante en solamente dos rectas y no crea el nivel de dispersión ni de confusión gráfica de las espirales de Ulam y de Sacks y la función de Alexvills logra abarcar en una sola curva a los primos que son raíces enteras de $FV(n) = \sqrt{(13 + 12n)}$

En cambio, tanto la segunda como la tercera forma de generación simplifican las dos rectas del reloj de primos y lo resumen en una sola curva o una única sucesión que se obtiene por una modificación del estilo Fibonacci.

Por generalidad, la sucesión Victoria se obtendrá en la práctica a partir de la tercera forma de generación, es decir, al estilo Fibonacci. De esa forma el registro de valores es súper rápido y más cuando se programa.

La sucesión Victoria aplica un proceso de descarte de primos en forma rápida. Si un número impar no se halla como término de la sucesión Victoria, ya se descarta automáticamente que el mismo sea primo. Sin embargo, un número de la sucesión Victoria tiene una de tres posibilidades: es primo, es una potencia de un primo o es un semiprimo de Villarroel (producto de dos primos), que es tema de otro artículo y del cual solo diremos que cuando un número es semiprimo de Alexvills, pertenece a la sucesión Victoria, se le saca la raíz entera y debe ocurrir que otro número de dicha sucesión lo pueda dividir exactamente.

Ejemplo 1: para 25 tenemos que su raíz es 5 y 5 está en la sucesión Victoria, por lo cual 25 es una potencia de un primo, en el caso de 35 su raíz entera incluida es 5 (la más próxima es 6, pero no incluida) y ocurre que 5 lo divide y es un Semiprimo de Alexvills.

Ejemplo 2: para 97 su raíz entera incluida es 9, pero al probar 5, 7, son los dos menores que 9 y no dividen a 97, por lo cual 97 es primo.

Ejemplo 3: para 133 su raíz entera es 11, pero ocurre que 133=7*19, por lo cual es divisible entre el 7 y es semiprimo de Alexvills.

Ejemplo 4 : para 193 su raíz entera es 13 y los números hasta 13 en la sucesión Victoria son 5, 7, 11, 13 ninguno divide a 193, por lo tanto 193 es primo.

sí se evalúa sucesivamente las archiconocidas sucesiones 6n-1 y 6n+1 para todo n>0 se obtiene lo siguiente

n=1 generan 5 y 7

n=2 generan 11 y 13

n=3 generan 17 y 19

n=4 generan 23 y 25

n=5 generan 29 y 31

n=6 generan 35 y 37

n=7 generan 41 y 43

n=8 generan 47 y 49

n=9 generan 53 y 55

n=10 generan 59 y 61

n=11 generan 65 y 67

n=12 generan 71 y 73

n=13 generan 77 y 79

El lector puede apreciar que en rojo se remarcan los valores de los números que no son primos. Si se compara con los resultados obtenidos no hay ninguna diferencia y se podría decir que este método que he encontrado no es muy útil. Sin embargo, el método encontrado tiene una serie de ventajas.

La sucesión usa un procedimiento simple que genera los valores en forma recursiva y es fácilmente programable.

Además, en relación a métodos como la espiral de Ulam y de Sacks la sucesión Victoria acaba con las interminables funciones cuadráticas diferentes donde cada una generan solo unos pocos números primos y no requiere estar colocando todos los números naturales ni haciendo las respectivas comprobaciones de cumplimiento.

No exige postular curvas representativas como parábolas o polinomios que se adapten a un grupo de primos que se alineen como es el caso de las espirales de Ulam y Sacks, ya que se genera una sucesión única.

Conclusiones

Luego de la presentación de la sucesión Victoria y de las otras herramientas matemáticas como lo son el reloj de primos, la sucesión de semiprimos de Alexvills y la curva de Alexvills, la sucesión al estilo Fibonacci y las otras sucesiones puede apreciarse que la variabilidad de los métodos expresivos de la sucesión victoria no la hacen una invención caprichosa sino una sucesión frecuente dentro de las matemáticas, lo que debe implicar un llamado de atención a muchos matemáticos para su revisión, aceptación y aplicación en problemas abiertos en relación a los números primos como por ejemplo, la conjetura fuerte de Goldbach, la hipótesis de Riemann y otros problemas pendientes en la teoría de números. Puede verse que dicha sucesión ofrece una perspectiva más simple en la determinación de los números primos.

Además, las herramientas anexas a la misma son temas que deben ser estudiados por si solos, ya que por ejemplo si se logra hallar la forma de descartar los no primos de la sucesión Victoria, quedarían solamente los deseados números primos en forma aislada, segura y continua, sin saltos y sin limitaciones.

Es importante señalar además que debe verse que la sucesión Victoria es, en la práctica matemática, mucho más óptima que las espirales de Ulam y de Sacks en cuanto a la generación de primos se refiere, ya que dichos métodos son muy limitados en su alcance de números primos y esta herramienta ayuda a simplificar grandemente el hallazgo de los mismos, ya que la única forma de que un número sea primo es que pertenezca a la mencionada sucesión, por lo cual debe seguirse estudiando esta sucesión por su utilidad porque no requiere como en las dos mencionadas espirales el uso de polinomios generadores de grado 2 ni estar determinando las posibles trayectorias. Además, la importancia de la curva de Villarroel es notoria, ya que es una curva única que contiene en una sola trayectoria a todos los números primos usando una función radical con una expresión simple de evaluar, cuyas imágenes enteras son exclusivamente los elementos de la sucesión Victoria.

REFERENCIAS

1. Alonso J (2022). Polinomios cuadráticos generadores de primos. Citado en https://www.glc.us.es/~jalonso/exercitium/polinomios-cuadraticos-generadores-de-primos/
2. Bernaschini Eugenia (2017) NÚMEROS PRIMOS: UNA HISTORIA SIN FIN. Revista de Educación Matemática. Volumen 32, N° 3, páginas 29 – 36 V. Unión Matemática Argentina - Famaf (UNC
3. Bonet, José (2014) El análisis matemático y los números primos. Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada. Universitat Politécnica de Valencia
4. Burton W., J. (1969). Teoría de los números. Biblioteca de matemática superior. Editorial Trillas., México D. F.
5. Castañeda Roldán, N. y Castañeda Roldán C. (2022). Una mirada a los números cuadrados triangulares. Revista Miscelánea Matemática ´ 75 (2022) 5-22 SMM DOI: https://doi.org/10.47234/mm.7502
6. García Cruz, J.A. y Martinón A. (1998). Números poligonales. Educación Matemática Vol. 1O No. 3 Diciembre 1998 pp. 103-108
7. García Merayo, Félix (2005) secretos de los números primos. Manual formativo de ACTA, ISSN 1888-6051, Nº. 37, páginas 87-97. Idioma español.
8. García, S. y González, C. (2011) ALGUNOS TÓPICOS EN TEORÍA DE NÚMEROS: NÚMEROS MERSENNE, TEOREMA DIRICHLET, NÚMEROS FERMAT. Some topics in number theory: Mersenne numbers, Dirichlet's Theorem, Fermat Numbers. Scientia et Technica Año XVI, No 48, Agosto de 2011. Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701 185-190.
9. Gardner, M. (March 1964), «Mathematical Recreations: The Remarkable Lore of the Prime Number», Scientific American 210: 120-128.
10. Gracián Enrique (2010) Los números primos: un largo camino al infinito Editorial: RBA LIBROS. 144 páginas. Publicado en España. ISBN: 9788498678185
11. Graña, M., Jerónimo, G. y Ariel, P. (2009). Los números: de los naturales a los complejos.(dirigido por juan Manuel Kirschenbaum). Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación. Instituto Nacional de Educación Tecnológica, 1rt edition. 200 p.:

il.; 24x19 cm. (Las ciencias naturales y la matemática / Juan Manuel Kirschenbaum.) ISBN 978-950-00-0748-1.

12. Hahn, Harry K. (2008), The distribution of prime numbers on the square root spiral, ArXiv 0801.1441..
13. https://es.wikipedia.org/wiki/Espiral_de_Sacks
14. https://en.wikipedia.org/wiki/Ulam_spiral
15. https://www.gaussianos.com/la-espiral-de-sacks/
16. https://www.gaussianos.com/la-espiral-de-ulam/
17. Jiménez, R., Gordillo, E. y Rubiano, G. (2004). Teoría de números para principiantes. Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá. Facultad de Ciencias, 2nd edition. Mathematics Subject Classification 2000. Edición en castellano. ISBN 958-701-372-7.
18. Kittl, Pablo (1999) Nota sobre el último Teorema de Fermat y su demostración por Andrew Wiles. Revista Ciencia al Día © Enero 1999, Vol. 2, No. 1. http://www.ciencia.cl/ CienciaAlDia/volumen2/ número1/artículos/articulo1.html
19. López Parra, G. A. y López Posada, J. L. (2014) Un acercamiento histórico al concepto de sucesión: el momento de los números poligonales. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes.
20. Mora Flores, Walter (2010) Introducción a la Teoría de Números. Ejemplos y algoritmos. 1ra ed.– Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica. 217 pp. ISBN Obra Independiente: 978-9968-641-11-1. 1. Teoría de números. 2. Algoritmos 3. Programación.
21. Morales, M. (2012) Polinomios generadores de números primos, los números afortunados de Euler y el 163. Citado https://www.gaussianos.com/polinomios-generadores-de-numeros-primos-los-numeros-afortunados-de-euler-y-el-163/
22. Niven and Zuckerman (2004). Introducción a la teoría de números. page 19. ISBN 968-18-069-7.
23. Palazzesi, A (2018) La espiral de Ulam. Citado en https://www.neoteo.com/la-espiral-de-ulam/
24. *Pegg, Jr., Ed (July 17, 2006), "Prime generating polynomials", Math Games, Mathematical Association of America, retrieved 1 January 2019*

25. Pérez, M. (2022). Definición de número primo. https:// conceptodefinicion.de/numero-primo/.
26. Pérez Porto, J. and Merino, M. (2009). Definición de números naturales. https://definicion.de/numeros-naturales/.
27. Ross, M (2007) The Sacks Number Spiral. Descargado de https://www.naturalnumbers.org/sparticle.html.
28. Sacks, Robert (2003) Number Spiral. Descargado de https://numberspiral.com/
29. Stein, M. L.; Ulam, S. M.; Wells, M. B. (1964), «A Visual Display of Some Properties of the Distribution of Primes», American Mathematical Monthly 71: 516-520.
30. Stein, S. M., M.; Ulam (1967), «An Observation on the Distribution of Primes», American Mathematical Monthly 74: 43-44.
31. Villarroel, A. y Villarroel, F. (2022) Sobre la generación de los números primos: De la función pr=n+2, a la evasión de las congruencias de los números compuestos. Revista impacto científico volumen 17 número 2. Diciembre 2022. Pp. 319-334.
32. Villarroel, A y Villarroel, F (2023) De la función Pr=2Nx+5 y el descarte del triángulo de generadores de números compuestos a la generación de los números primos. ESPOL-FCNM JOURNAL. Volumen 21, número 2.
33. Zaragoza, S. and Cipriano, A. (2009). Teoría de Números. Visión Libros, 1ra edition. 156 páginas. Dimensiones: 23x17 cm. Idioma Español. ISBN9788498864601.

Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés posible.

Financiamiento:

No existió asistencia financiera de partes externas al presente artículo. Estamos en la búsqueda de fuentes de financiamiento para poder publicar en más revistas internacionales de matemáticas, ya que tenemos muchos estudios realizados, algunos completos y otros en proceso de ejecución.

Nota:

El artículo no es producto de una publicación anterior sino de una investigación original, ya que se introducen temas novedosos en la teoría de números.