



Doi: <https://doi.org/10.70577/ASCE/2616.2638/2025>

Recibido: 2025-08-15

Aceptado: 2025-08-29

Publicado: 2025-09-19

Manim y Látex como herramientas digitales en la enseñanza de Geometría para estudiantes de la carrera de Matemáticas (ESPOCH).

Manim and LaTeX as Digital Tools in the Teaching of Geometry for Mathematics Students (ESPOCH)

Autores

Christopher Vlad Cedeño Cruz¹

Dirección de Posgrado, Programa de Maestría en Matemática aplicada con mención en
Matemática Computacional

<https://orcid.org/0009-0000-6093-3855>

crissby1999@gmail.com

Universidad Nacional de Chimborazo

Riobamba – Ecuador

Carlos Eduardo Cova Salaya²

Facultad de Ciencias, Carrera de Matemática

<https://orcid.org/0009-0003-8232-6206>

carlos.cova@esPOCH.edu.ec

Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH),

Grupo de Investigación CISED,

Riobamba –Ecuador

Cómo citar

Cedeño Cruz, C. V., & Cova Salaya, C. E. (2025). Manim y Látex como herramientas digitales en la enseñanza de Geometría para estudiantes de la carrera de Matemáticas (ESPOCH). *ASCE*, 4(3), 2616–2638.



Resumen

La era digital ha transformado por completo la manera de enseñar matemáticas, lo que plantea la necesidad de herramientas que faciliten la comprensión de conceptos abstractos, por lo tanto, el objetivo principal de esta investigación fue la creación de una herramienta digital para la enseñanza de la geometría a nivel universitario, mediante la integración de LaTeX y Manim, de forma complementaria, se estableció evaluar la percepción de los estudiantes ante esta herramienta. Con esta finalidad se empleó una metodología con un enfoque mixto y un diseño no experimental, de tipo transversal descriptivo. De esta manera se elaboró fichas de apoyo académico mediante los paquetes de LaTeX (animate, tikz, media9) y la librería de Python (Manim). Posteriormente las fichas fueron presentadas a dos grupos de 14 y 8 estudiantes respectivamente de la carrera de matemáticas de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH), para mostrar su funcionamiento y evaluar su percepción ante esta herramienta. Como resultado se obtuvo un conjunto de fichas académicas en el cual se incorpora LaTeX y Manim en un solo documento PDF, que se distribuyó en 3 temas específicos de la geometría, como son cónicas, superficies cuádricas y curvas paramétricas, las cuales fueron evaluadas de manera positiva por los estudiantes debido a su claridad, utilidad y motivación que da esta herramienta. En conclusión, la combinación de LaTeX y Manim es un recurso viable para el apoyo académico de la enseñanza de la geometría en la carrera de matemáticas de la (ESPOCH).

Palabras clave: Geometría; Matemáticas; Educación; Animaciones; Digitalización, Manim, Latex.



Abstract

The digital age has completely transformed the way mathematics is taught, creating a need for tools that facilitate the understanding of abstract concepts. Therefore, the main objective of this research was to create a digital tool for teaching geometry at the university level by integrating LaTeX and Manim. Additionally, the perception of students towards this tool was evaluated. To this end, a mixed-methods approach and a non-experimental, descriptive cross-sectional design were used. Academic support files were created using LaTeX packages (animate, tikz, media9) and the Python library (Manim). The files were then presented to two groups of 14 and 8 students, respectively, from the mathematics program at the Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH), to demonstrate how they work and evaluate their perception of this tool. The result was a set of academic files incorporating LaTeX and Manim in a single PDF document, which was distributed in three specific geometry topics, namely conics, quadric surfaces, and parametric curves. These were evaluated positively by the students due to the clarity, usefulness, and motivation provided by this tool. In conclusion, the combination of LaTeX and Manim is a viable resource for academic support in teaching geometry in mathematics degree programs.

Keywords: Geometry; Mathematics; Education; Animations; Digitization, Manim, Latex.



Introducción

La evolución de la era digital ha impactado en todos los ámbitos de la sociedad, por lo que la educación no es la excepción, de esta manera el uso de herramientas digitales ha transformado la forma con la que se enseña en las ciencias exactas y en áreas que requieren una abstracción visual.

En la educación matemática universitaria, la enseñanza de la geometría constituye un pilar fundamental, pues representa una de las ciencias más antiguas de las matemáticas. En la carrera de matemáticas la geometría tiene como principio comprender conceptos abstractos, el planteamiento de teoremas y el manejo de definiciones para su posterior aplicación. Sin embargo, ya que la geometría por concepto estudia medidas de cuerpos y figuras geométricas, presenta un desafío, en la abstracción de gráficas que se presentan en las asignaturas como geometría analítica y geometría diferencial. Por lo que (Román & Ordoñez, 2020) proponen el uso de LaTeX como recurso didáctico para facilitar el proceso de redacción de textos ordinarios.

Los métodos de enseñanza tradicionales, basados principalmente en el uso de pizarras y documentos estáticos, presentan limitaciones para ilustrar eficazmente las gráficas tridimensionales, transformaciones geométricas y otros conceptos que necesitan de una visualización dinámica. Por lo que (Martínez Zapata et al., 2024) señala la necesidad de enriquecer la enseñanza de la geometría mediante herramientas tecnológicas como el caso de GeoGebra, y de esta manera ayudar a la construcción del aprendizaje y reducir la carga cognitiva presentada por (Ruiz & Hernández, 2023), de modo que ayude a la comprensión de conceptos abstractos.

La investigación contribuye a una innovación educativa en el área de la geometría, donde responde a la necesidad de modernizar los métodos de enseñanza tradicionales, mediante la creación de una herramienta digital (un PDF), que a diferencia de los documentos estáticos implementa animaciones, y responde a los principios del aprendizaje multimedia de (Mayer, 2024), donde las personas aprenden material académico a partir de palabras y gráficos. Así vez la herramienta digital de LaTeX y Manim se puede reproducir ya que los softwares están de forma gratuita y de código abierto en la red, lo que permite recrear esta herramienta para cualquier educador sin una



inversión costosa. Finalmente, el estudio aporta una herramienta inicial y una evaluación sobre la percepción y la viabilidad desde la perspectiva del estudiante.

El objetivo general fue desarrollar una herramienta digital basada en la integración de LaTeX y Manim que sirva como apoyo pedagógico en la enseñanza de temas de geometría en la carrera de matemáticas de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH).

Objetivos específicos:

- Diseñar y elaborar 3 conjuntos de fichas académicas en formato PDF que integren definiciones teóricas, formulas, graficas vectorizadas y animaciones para los temas de cónicas, superficies cuadráticas y curvas paramétricas.
- Diagnosticar el conocimiento previo de los estudiantes sobre el uso de LaTeX y Manim como herramienta en el apoyo académico.
- Describir la percepción de los estudiantes respecto a la claridad, utilidad e innovación de las fichas académicas luego de su implementación en el aula.

Recursos digitales en la geometría

Las tecnologías digitales en el aula transforman la enseñanza de la geometría ya que permiten superar dificultades en el aprendizaje principalmente especialmente cuando se trata de conceptos abstractos, transformaciones geométricas y visualización de figuras tridimensionales.

Investigaciones recientes demuestran que las animaciones como las de Khan Academy pueden ser eficaces y producir una motivación en el sector estudiantil. (González & Ruiz, 2023). Plataformas como Tinkercad ayuda en los procesos de enseñanza y aprendizaje mediante el diseño de objetos 3D y de esta manera mejorar las destrezas de visualización espacial en geometría del espacio (Urtubia & García, 2023). La integración de las herramientas tecnológicas, requiere que combine conocimientos disciplinarios, pedagógicos y tecnológicos para potenciar la enseñanza y el aprendizaje, de esta manera el docente tiene que saber cómo incorpora las diferentes herramientas para enriquecer la experiencia educativa (Rodríguez Solís et al., 2021).



Cónicas, superficies cuádricas y curvas paramétricas

En geometría, existe una gran diversidad de temas con los que se pueden hacer animaciones, sin embargo, las cónicas, superficies cuadráticas y curvas paramétricas representan un desafío en la enseñanza, debido a que se forman de manera dinámica. En el caso de superficies cuadráticas sus gráficas son tridimensionales, por lo que no puede ser apreciada con claridad, en una representación bidimensional. Los temas en cuestión se requieren que el estudiante comprenda de manera conjunta la representación algebraica como la gráfica, lo cual muchos consideran complejo.

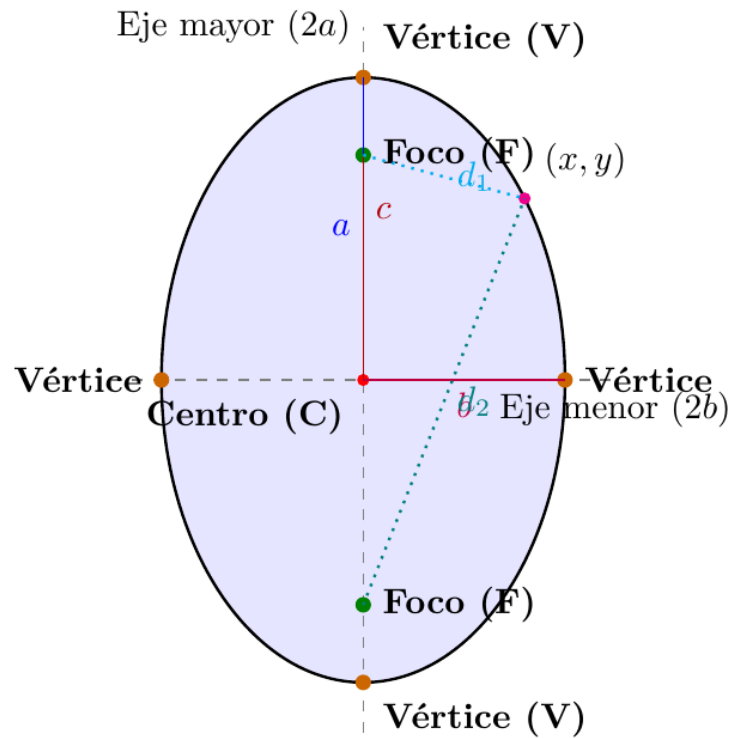
Los textos clásicos de geometría como (Zill & Dewar, 2012) y (Raichman & Totter, 2016) proporcionan la base teórica de estos conceptos, su limitación radica que no se pueden visualizar de una manera dinámica. Por ende, se necesita herramientas digitales que complementen a la bibliografía, para que mediante una animación se observe como se crea una elipse a partir de su fórmula, como una superficie cuádrica cambia al modificar parámetros o cómo se traza una curva paramétrica en el espacio.

LaTeX una herramienta digital

LaTeX es un procesador de textos que se utiliza en el diseño de textos matemáticos, a diferencia de los editores convencionales LaTeX permite crear representaciones matemáticas de manera precisa y estilizada, lo cual es crucial en textos científicos y educativos (Román & Ordoñez, 2020). El procesador de texto LaTeX crea documentos desde cero, personalizando su apariencia mediante el uso de paquetes específicos, adaptados a la necesidad del usuario. Paquetes como tikz y animate potencian las capacidades visuales como podemos ver en la Figura 1, permitiendo crear diagramas, gráficos vectoriales y animaciones, directamente en el documento (Arroyo Hernández et al., 2024).

Figura 1

Representación de una cónica generada con TikZ-LaTeX.

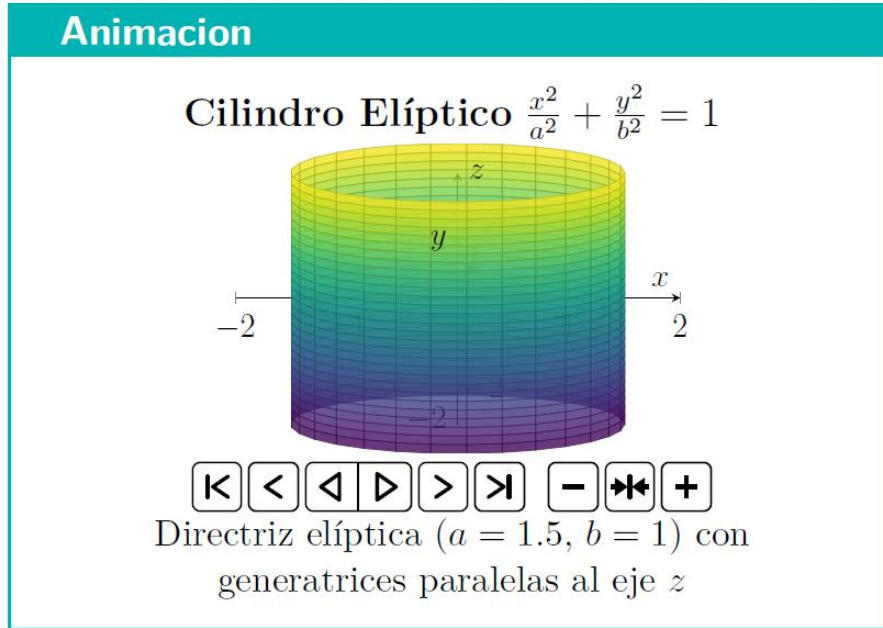


Fuente: Elaboración propia, creada en LaTeX

De esta forma se desarrollan animaciones que muestran el comportamiento de funciones o ilustran conceptos geométricos. La integración de LaTeX con otras herramientas como Manim mediante paquetes como media9 como podemos ver en la Figura 2 permite crear documentos PDF que se estructuran entre teoría, fórmula y animaciones, ahorrando tiempo en la búsqueda de múltiples fuentes y ofreciendo una experiencia de aprendizaje diferente.

Figura 2

Representación animada de un cilindro con el paquete animate



Fuente: Elaboración propia, creada en LaTeX.

Manim y las animaciones geométricas

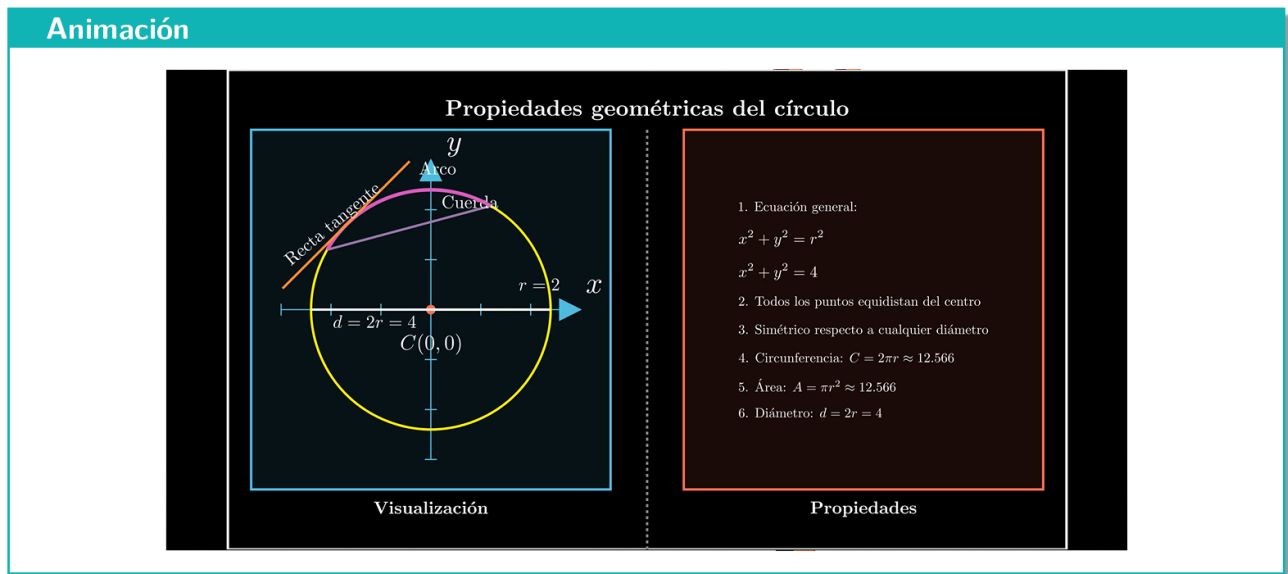
Manim (Mathematical Animation Engine) es una librería de Python que se usa como herramienta esencial para la creación de animaciones. Existen varios referentes que han contribuido a su popularidad. Grant Sanderson es uno de ellos, es el creador Manim y también del canal denominado 3Blue1Brown, en el cual comparte animaciones desarrolladas con el software. Manim permite generar animaciones matemáticas mediante programación, su potencia se debe a la capacidad para representar procesos matemáticos de forma dinámica y programable permitiendo visualizar la construcción de una curva paramétrica o la variación de una superficie cuádrica al modificar sus parámetros (Mesón Martín, 2023).

Investigaciones como la de (Hernández & Cifuentes, 2024) y (González & Ruiz, 2023) ha demostrado la efectividad de esta librería en la enseñanza de teoremas geométricos donde la animaciones permiten observar las propiedades. La comunidad de Manim es muy activa y su

integración con entornos como Google Colab, ha simplificado el proceso de creación de tal manera que la herramienta sea accesible para educadores quienes pueden generar animaciones sin necesidad de complejas configuraciones técnicas.

Figura 3

Representación de una animación con media9 y Manim.



Fuente: Elaboración propia, creada en Manim.

Material y Métodos

Enfoque y diseño de la investigación

La investigación propuesta adopto un enfoque mixto y un diseño no experimental, de tipo transversal descriptivo, dado que el objetivo general fue la creación de una herramienta digital, la cual se utilizó para observar el proceso tal como ocurre en el contexto natural del proyecto, sin manipulación de variables, ni incorporación de un grupo de control. La investigación se desarrolló en dos etapas: en la primera se elaboró las fichas académicas mientras que la segunda se aplicó encuestas y cuestionarios a los estudiantes para de esta manera validar la herramienta creada.



Población y muestra

La herramienta digital que se elaboró se expuso a estudiantes en la carrera de matemáticas de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH), en dos grupos de estudiantes, en el curso de geometría analítica que pertenece al tercer semestre, donde participaron 14 estudiantes y, por otro lado, participaron 8 estudiantes en geometría diferencial que pertenece al cuarto semestre, lo cual representa un total de 22 estudiantes, del periodo académico septiembre 2024-febrero 2025.

Herramientas

Para la elaboración de las fichas académicas se utilizó dos herramientas fundamentales, como el sistema de composición tipográfica LaTeX, el cual se usa en conjunto con el editor Texstudio (versión 4.8.9), lo que permitió la incorporación de los paquetes tales como:

- Tikz: Para el desarrollo de figuras y gráficos vectoriales.
- Animate: Para la generación de animaciones básicas.
- Media9: para la integración de videos mp4.

Además, mediante la librería de Python Manim (v0.18.1) y ejecutada mediante un editor de código Pycharm (versión 2024.1.1), se elaboró animaciones más complejas que luego se integraron mediante LaTeX.

Instrumentos de recolección de datos

Los instrumentos utilizados mediante la recolección de datos fueron los siguientes :

Cuestionario diagnóstico (antes de la intervención): Tuvo el propósito de identificar el conocimiento que tenían los estudiantes sobre los temas relacionados con LaTeX, Manim, animaciones y geometría.

Encuesta Likert (después de la intervención): La idea fue medir la percepción de la herramienta digital presentada en clases, sobre la calidad, utilidad, motivación, innovación y calidad visual.

Ambos instrumentos fueron validados por docentes expertos en la materia, lo que otorgo mayor rigor y veracidad de los datos obtenidos.

Procedimiento

El procedimiento de nuestra investigación se desarrolló en dos fases:

Primera fase: En este apartado se creó la herramienta digital donde se utilizó un proceso sistemático y multietapa para añadir contenido teórico, graficas vectorizadas y animaciones interactivas en un solo documento PDF.

- Maquetación del documento: Se creo una estructura general en LaTeX utilizando el editor Texstudio. La organización del documento se diseñó mediante el uso de recuadros de colores que organicen de manera visual cada sección mediante el paquete (tcolorbox) donde se tomó en cuenta la definición, propiedades gráficos y animación de cónica, curvas paramétricas y superficies cuádricas.

Figura 4

Parte de del código de la estructura de las fichas académicas.

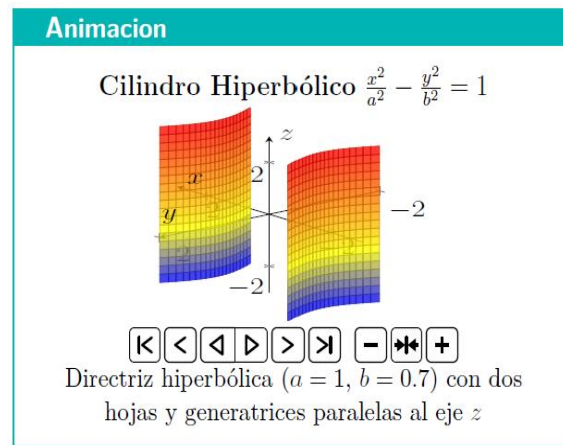
```
1 \begin{tcolorbox}[
2   enhanced,
3   width=\textwidth,
4   colback=curveblue!5!white,
5   colframe=curveblue!70!black,
6   arc=2mm,
7   boxrule=1pt,
8   left=8pt, right=8pt, top=10pt, bottom=10pt,
9   drop shadow={curveblue!40!black}
10 ]
11 \centering
12 {\Huge\bfseries\textcolor{curveblue!90!black}{
13   Parábola}}\!\! [2pt]
14 {\large\textcolor{curvepurple!70!black}{La cónica
15   con excentricidad igual a 1}}
16 \end{tcolorbox}
```

Fuente: Elaboración propia, creada en LaTeX

- Contenido: El contenido teórico se elaboró con base en la revisión bibliográfica que se utiliza en geometría (Lehmann, 1984) y (Raichman & Totter, 2016) de esta manera se aseguró que los conceptos tengan un rigor académico.
- Generación de gráficos y animaciones: Para los gráficos estáticos se utilizó el paquete (tikz) con el cual se puede generar figuras vectorizadas, las animaciones con un grado de complejidad menor se realizó con del paquete (animate), lo que permitió crear animaciones simples directamente desde LaTeX.

Figura 5

Animación del cilindro hiperbólico realizado con animate-LaTeX.



Fuente: Elaboración Propia, creada en LaTeX

- Animaciones con Manim: Manim se utilizó para la creación de animaciones tridimensionales y elementos visuales complejos, como curvas paramétricas y superficies cuádricas en 3 dimensiones, mediante esta librería se utilizaron objetos matemáticos, escenas, transformaciones y se configuraron cámaras desde diferentes perspectivas. Asimismo, se añadió paquetes como (numpy) para cálculos matemáticos y MathTex para la integración de texto y fórmulas de LaTeX dentro de las animaciones. Y de esta manera se creó una animación en formato mp4.

Figura 6*Código de la elaboración de una animación con Manim*

```
1 from manim import *
2 import numpy as np
3
4 class Elipse(Scene):
5     def construct(self):
6         # --- Layout general ---
7         pantalla = Rectangle(width=14, height=8, color=WHITE)
8         titulo_principal = Tex("\\textbf{Propiedades de la Elipse}", font_size
9                               =36).to_edge(UP)
10        cuadro_animacion = Rectangle(width=6, height=6, color=BLUE_C,
11                                     fill_opacity=0.1).to_edge(LEFT)
12        cuadro_props = Rectangle(width=6, height=6, color=RED_C, fill_opacity
13                                 =0.1).to_edge(RIGHT)
14        titulo_izq = Tex("\\textbf{Visualización}", font_size=28).next_to(
15                          cuadro_animacion, UP, buff=0.2)
16        titulo_der = Tex("\\textbf{Propiedades}", font_size=28).next_to(
17                          cuadro_props, UP, buff=0.2)
18        linea_div = DashedLine(start=UP*3, end=DOWN*4, color=GRAY)
19
20        self.add(pantalla, titulo_principal, cuadro_animacion, cuadro_props,
21                titulo_izq, titulo_der, linea_div)
22
23        # --- Configuración de la elipse ---
24        a, b = 2.5, 1.5 # Semiejes
25        c = np.sqrt(a**2 - b**2) # Distancia focal
26
27        # Sistema de coordenadas
28        axes = Axes(
29            x_range=[-3, 3, 1],
30            y_range=[-2, 2, 1],
31            x_length=5,
32            y_length=4,
33            axis_config={"color": BLUE_D}
34        ).move_to(cuadro_animacion.get_center())
35
36        # Elipse principal
37        elipse = ParametricFunction(
38            lambda t: axes.c2p(a * np.cos(t), b * np.sin(t)),
39            t_range=[0, 2*PI],
40            color=YELLOW,
41            stroke_width=3
42        )
43
44        self.play(Create(axes), run_time=1)
45        self.play(Create(elipse), run_time=2)
46        self.wait(0.5)
47
48        #manim -pqh Elipse.py Elipse
```

Fuente: Elaboración propia, creada en Manim.

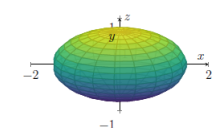

- Integración final: Mediante el paquete de LaTeX (media9), se incorporó la animación realizada en Manim en formato mp4 y mediante cada uno de los pasos se tuvo la primera versión de nuestra herramienta digital que incorpora LaTeX y Manim en un solo documento PDF.

Figura 7

Representación de una animación con media9 y Manim.

ELIPSOIDE

La generalización tridimensional de la elipse

<div style="background-color: #007bff; color: white; padding: 2px;">Definición de la Curva</div> <p style="font-size: small;">El elipsoide es una superficie cuádrica que extiende la idea de la elipse al espacio tridimensional. Puede imaginarse como una esfera deformada estirada o comprimida a lo largo de tres ejes perpendiculares entre sí.</p>	<div style="background-color: #92d050; padding: 2px;">Propiedades Geométricas</div> <ul style="list-style-type: none"> Tiene tres ejes principales (a, b, c) y tres planos de simetría Si $a = b = c$: esfera Si dos ejes son iguales: elipsoide de revolución Curvatura gaussiana variable Secciones planas son elipses (o círculos en casos especiales) Puede ser oblate ($a = b > c$) o prolata ($a = b < c$)
<div style="background-color: #ff9900; padding: 2px;">Parametrización</div> <p style="font-size: small;">Ecuación general (centro en origen):</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ <p style="font-size: small;">Forma paramétrica:</p> $\begin{cases} x = a \sin \theta \cos \phi \\ y = b \sin \theta \sin \phi \\ z = c \cos \theta \end{cases}$ <p style="font-size: x-small;">donde $0 \leq \theta \leq \pi$ y $0 \leq \phi < 2\pi$</p> <p style="font-size: small;">Volumen:</p> $V = \frac{4}{3}\pi abc$	<div style="background-color: #800080; color: white; padding: 2px;">Visualización</div>  <p style="font-size: x-small; text-align: center;">Rotación 3D - Elipsoide con $a = 1.5$, $b = 1.0$, $c = 0.7$</p>
<div style="background-color: #00b0f0; color: white; padding: 2px;">Animación</div> 	

Fuente: Elaboración propia, creada en LaTeX.

El diseño metodológico empleado en este estudio permitió cumplir con el objetivo principal de crear una herramienta digital viable para la enseñanza de la geometría. Este enfoque no buscó establecer una relación de causa y efecto entre la herramienta y el aprendizaje, si no fue la de documentar el proceso de desarrollo del recurso y de forma complementaria reunir evidencia sobre la percepción por parte de los estudiantes. La metodología se orientó a observar, comprender y responder sobre la percepción y aceptación de la integración de LaTeX y Manim como un recurso de apoyo académico.



Finalmente, la metodología no se limitó a un proceso único de desarrollo, sino que se detalla desde la maquetación en LaTeX, la creación de animaciones con Manim y su integración final lo cual constituye un marco replicable, para la creación de material didáctico interactivo en más temas de la geometría cómo en otras áreas de las matemáticas. Si bien la validación de datos se centró en la percepción, el diseño ayudo para las bases de futuros estudios experimentales que puedan medir mediante una relación de causa y efecto, el impacto real que tendrá esta herramienta en el rendimiento académico de los estudiantes.

Resultados

Como resultado principal de esta investigación se obtuvo tres conjuntos de fichas académicas digitales, que sirven como un recurso de apoyo, para la enseñanza de la geometría en la carrera de matemáticas (ESPOCH). Los 3 conjuntos de fichas académicas desarrollados es accesible mediante el siguiente enlace público:

https://drive.google.com/drive/folders/1y8HSNPe6PEzrsYk_dhLilw1xOzqgNxB?usp=sharing

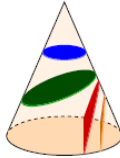

A continuación, se muestra los 3 conjuntos de fichas que obtuvo en el proceso de elaboración de la herramienta de LaTeX y Manim:

Fichas de Cónicas: El conjunto de fichas digitales incluyo un grupo de cónicas fundamentales: Parábola, elipse, circunferencia e hipérbola (Figura 8). Cada ficha muestra la generación de la cónica, sus elementos, propiedades y animaciones controladas por el estudiante.

Figura 8*Ejemplo de ficha académica para Cónicas*

Secciones Cónicas

Curvas obtenidas al intersectar un cono con un plano

<p>Definición de la Curva</p> <p>Definición: Las secciones cónicas son las curvas obtenidas al intersectar un cono circular recto con un plano. Dependiendo del ángulo de intersección, se obtienen:</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Circunferencia: Plano perpendicular al eje▪ Elipse: Plano oblicuo (ángulo > ángulo del cono)▪ Parábola: Plano paralelo a la generatriz▪ Hipérbola: Plano que corta ambas hojas del cono	<p>Fórmulas Principales</p> <p>Ecuación general de cónicas:</p> $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ <p>donde el discriminante $B^2 - 4AC$ determina el tipo:</p> <ul style="list-style-type: none">▪ $B^2 - 4AC < 0$: Elipse/Circunferencia▪ $B^2 - 4AC = 0$: Parábola▪ $B^2 - 4AC > 0$: Hipérbola
<p>Nota</p> <p>Las cónicas no solo aparecen en matemáticas puras: las órbitas de los planetas y cometas siguen trayectorias elípticas, parabólicas o hiperbólicas, dependiendo de su energía. ¡La geometría antigua anticipó los movimientos celestes mucho antes de la física moderna!</p>	<p>Visualización</p> <p>Cono y planos de intersección:</p> 
<p>Animación</p> 	

Secciones Cónicas | Introducción | 6 de julio de 2025

Fuente: Elaboración propia, creada en LaTeX.

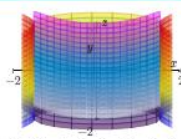
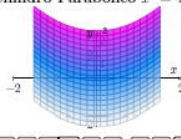
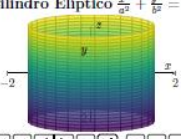
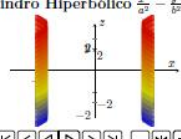
- Fichas de Superficies Cuádricas: El conjunto de fichas digitales incluye un grupo de superficies cuádricas: elipsoide, esfera, paraboloides elíptico e hiperbólico, hiperboloides, cono, toros y cilindros cuadráticos (Figura 9). Cada ficha muestra la generación de superficies, sus elementos, propiedades y animaciones controladas por el estudiante.

Figura 9

Ejemplo de ficha académica para superficies

CILINDROS CUÁDRICOS

Elíptico, Hiperbólico y Parabólico

<p>Definición de la Curva</p> <p>Superficies cuádricas degeneradas formadas por rectas paralelas (generatrices) que pasan por una curva directriz. Se clasifican según la naturaleza de su directriz:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elíptico: Directriz es una elipse • Hiperbólico: Directriz es una hipérbola • Parabólico: Directriz es una parábola <p>Son superficies regladas infinitas en la dirección del eje ausente en la ecuación.</p>	<p>Animación</p>  <p style="font-size: small;">Rotación 3D - Comparación simultánea: Elíptico (azul), Hiperbólico (rojo) y Parabólico (verde)</p>
<p>Parametrización</p> <p>Ecuaciones canónicas (eje z como eje del cilindro):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elíptico: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ • Hiperbólico: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ • Parabólico: $x^2 = 4py$ o $y^2 = 4px$ <p>Forma paramétrica general (para cilindro elíptico):</p> $\begin{cases} x = a \cos u \\ y = b \sin u \\ z = v \end{cases}$ <p style="font-size: x-small;">con $0 \leq u < 2\pi$, $v \in \mathbb{R}$</p>	<p>Animación</p> <p style="text-align: center;">Cilindro Parabólico $x^2 = 4py$</p>  <p style="font-size: x-small;">Directriz parabólica ($p = 0.5$) con generatrices paralelas al eje z</p>
<p>Animación</p> <p style="text-align: center;">Cilindro Elíptico $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$</p>  <p style="font-size: x-small;">Directriz elíptica ($a = 1.5$, $b = 1$) con generatrices paralelas al eje z</p>	<p>Animación</p> <p style="text-align: center;">Cilindro Hiperbólico $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$</p>  <p style="font-size: x-small;">Directriz hiperbólica ($a = 1$, $b = 0.7$) con dos hojas y generatrices paralelas al eje z</p>

Geometría Analítica Interactiva | July 3, 2025

Fuente: Elaboración propia, creada en LaTeX

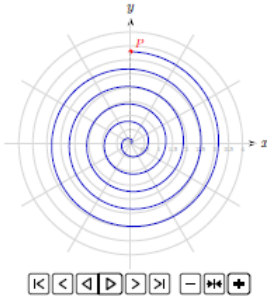

- Fichas de Curvas Paramétricas: Para este conjunto de fichas se consideró las siguientes curvas como: Hélice circular, espiral de Arquímedes, lemniscata de Bernoulli entre otras más (Figura 10). Cada ficha muestra la generación de superficies, sus elementos, propiedades y animaciones controladas por el estudiante.

Figura 10

Ejemplo de ficha académica para curvas paramétrica

Espiral de Arquímedes

Curva plana con distancia radial proporcional al ángulo

<div style="background-color: #0070C0; color: white; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: 0.9em;">Definición de la Curva</div> <ul style="list-style-type: none"> Curva plana que se aleja del origen con velocidad constante. Tipo: Abierta, no periódica. Distancia entre vueltas: Constante ($2\pi a$). Ecuación polar: $r = a + b\theta$ (generalizada). Descubridor: Arquímedes de Siracusa (s. III a.C.). 	<div style="background-color: #0070C0; color: white; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: 0.9em;">Visualización</div> <p style="text-align: center; font-weight: bold; font-size: 0.8em;">Animación del trazado:</p> 
<div style="background-color: #0070C0; color: white; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: 0.9em;">Parametrización</div> <p style="font-weight: bold; font-size: 0.8em;">Parametrización estándar:</p> $\begin{cases} x(\theta) = (a + b\theta) \cos \theta \\ y(\theta) = (a + b\theta) \sin \theta \end{cases}, \quad \theta \in [0, T]$ <ul style="list-style-type: none"> a: radio inicial b: factor de separación θ: ángulo en radianes 	<div style="background-color: #0070C0; color: white; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: 0.9em;">Propiedades Geométricas</div> <p style="font-weight: bold; font-size: 0.8em;">Propiedades:</p> <ul style="list-style-type: none"> La distancia entre vueltas consecutivas es constante ($2\pi b$). Longitud del arco: $L = \frac{1}{2}[\theta\sqrt{1+b^2} + \ln(\theta + \sqrt{1+b^2})]$. Área barrida: $A = \frac{1}{6}b^2\theta^3$ (para $a = 0$). Curvatura: $\kappa = \frac{\theta^2+2}{b(\theta^2+1)^{3/2}}$.
<div style="background-color: #0070C0; color: white; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: 0.9em;">Animación</div> 	

Espiral de Arquímedes | Geometría Plana | July 3, 2025

S

Fuente: Elaboración propia, creada en LaTeX

Análisis de los resultados: Percepción de los estudiantes

Como parte complementaria del estudio sobre la integración de LaTeX y Manim, como una herramienta en la enseñanza de la geometría, se implementó un cuestionario antes de la

intervención, donde se evidenció en la Tabla 1 el conocimiento que tenían los estudiantes sobre LaTeX y el software de animaciones Manim.

Tabla 1

Resultados del cuestionario sobre LaTeX y Manim

Herramienta/Nivel	Geom. Analítica ($n = 14$)	Geom. Diferencial ($n = 8$)
LaTeX		
Básico	28.6 %	62.5 %
Intermedio	71.4 %	37.5 %
Manim		
Sin conocimiento	21.4 %	100 %
Solo referencia	71.4 %	0 %

Por otro lado luego de la intervención de las fichas académicas, mediante una encuesta de escala Likert que se aplicó a los estudiantes, se evidenció la percepción de los estudiantes hacia la herramienta de LaTeX y Manim, donde el 95% de los estudiantes estuvo de acuerdo o muy de acuerdo, con que las fichas son un recurso útil y claro para complementar el estudio de la geometría, y donde más del 82% indicó que esta herramienta presenta una innovación ante documentos PDF estáticos lo cual lo podemos evidenciar en la Tabla 2.

Tabla 2

Percepción de los estudiantes sobre las fichas académicas

Dimensión evaluada	Media (\bar{X})	De acuerdo + Muy de acuerdo
Claridad de las animaciones	4.27	91% (n=20)
Utilidad para el aprendizaje	4.45	95% (n=21)
Aumento de la motivación	4.18	82% (n=18)
Innovación del recurso	4.64	100% (n=22)



Discusión

La investigación produjo una herramienta digital, la cual se ocupó como un recurso didáctico para los estudiantes de la carrera de matemáticas (ESPOCH), a través de la integración de LaTeX y Manim. Mediante la aplicación de cuestionarios y encuestas se evaluó las fichas digitales lo cual permitió observar la aplicabilidad y percepción de los estudiantes. Los hallazgos positivos que se obtuvieron (Tabla 2), respaldan el marco teórico existente, lo cual confirmó que la herramienta propuesta es aplicable además de poseer un valor significativo a la educación .

Los resultados (Tabla 2), señalo que la combinación entre LaTeX y Manim en un solo documento PDF respalda el planteamiento de la teoría del aprendizaje multimedia de (Mayer, 2024) y la teoría de la carga cognitiva de (Sweller, 2011), en la que se afirmó que la incorporación de herramientas tecnológicas reduce la carga cognitiva y facilitan la comprensión de conceptos abstractos mediante las animaciones. Lo cual se demostró en las fichas académicas. que mediante paquetes como tikz, animate y media9, LaTeX y Manim se convirtió en una herramienta para el diseño de material didáctico por lo que coincidió con varios autores como (Román & Ordoñez, 2020) al respaldar a LaTeX no solo como un editor de textos científicos. Finalmente, la aceptación positiva de los estudiantes ante la herramienta digital se percibió en la Tabla 1, al considerar la investigación como una innovación, la cual fue evaluado por su claridad, utilidad e innovación posicionándola de esta manera como un complemento pedagógico en las clases de geometría de la carrera de matemáticas.



Conclusiones

Se concluye que el desarrollo de la herramienta digital de LaTeX y Manim es realizable, para el apoyo pedagógico en la enseñanza de la geometría de la carrera de matemáticas (ESPOCH). La herramienta digital está dada por fichas académicas en un único PDF interactivo que agrupa la teoría, gráficos y animaciones en un recurso educativo innovador.

Se logró diseñar y elaborar tres conjuntos de fichas académicas, para los temas de cónicas superficies cuadráticas y curvas paramétricas, estas fichas integraron definiciones teóricas, fórmulas, gráficos vectoriales y animaciones mediante el uso de LaTeX y la librería de Python Manim.

El diagnóstico previo a la intervención evidenció que el conocimiento de los estudiantes sobre LaTeX y Manim como herramientas de apoyo pedagógico era intermedio, lo cual la herramienta digital resultó ser novedosa para los estudiantes y represento una oportunidad de introducir este tipo de tecnologías a las materias abordadas.

La percepción que tuvieron los estudiantes hacia la herramienta es realmente positiva ya que los estudiantes consideraron que la herramienta fue clara, útil, motivadora e innovadora destacando su capacidad para mejorar la comprensión de temas geométricos complejos mediante las animaciones.

Las limitaciones de este estudio se deben a la metodología que se emplea con un diseño no experimental, transversal descriptivo, lo que no permite establecer un grupo de control, con lo que no se observa el impacto entre la herramienta y el rendimiento académico.

La muestra, fue relativamente pequeña ($n=22$) debido a los pocos estudiantes en la carrera de matemáticas de la (ESPOCH), lo que limita la generalización de los resultados.

Para futuras investigaciones se recomienda realizar una investigación con un estudio experimental el cual conste se realice con un grupo de control de tal manera que permita medir el impacto de las fichas académicas en el rendimiento de los estudiantes. También se sugiere explorar la aplicación de la metodología en otras áreas de las matemáticas y en diferentes niveles educativos.



Referencias bibliográficas

- Arroyo Hernández, J., Mora Mora, F., Trigueros Rodríguez, E., & Porras Lizano, K. (2024). Parametrizando ejercicios con Python y LaTeX: Una novedosa estrategia para generación de materiales de enseñanza y evaluación en matemáticas: Parameterizing exercises with Python and LaTeX: a novel strategy for generating teaching and assessment materials in mathematics. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 24(2). <https://doi.org/10.18845/rdmei.v24i2.6932>
- Carbonell Urtubia, C., & Rotger García, L. (2023). «Tinkercad» como herramienta tecnológica para la enseñanza-aprendizaje de la geometría espacial. *Propuestas de innovación para el desarrollo en contextos educativos, 2023, ISBN 978-84-09-50189-2, págs. 45-58*, 45-58. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8984909>
- Chacón Hernández, B. S., & Fernández Cifuentes, M. A. (2024). *Manim como material didáctico para la creación de un recurso virtual orientado a la enseñanza de teoremas sobre triángulos*. <http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/19783>
- González-Videgaray, M., & Romero-Ruiz, R. (2023). Videos Matemáticos Educativos de Alta Calidad Elaborados por Profesores con Python Manim: High Quality Educational Math Videos Made by Teachers with Python Manim. *Tecnología Educativa Revista CONAIC*, 10(3), 26-30.
- Lehmann, C. H. (1984). *Geometría analítica*. Limusa.
- Martínez Zapata, M. E., Pérez Urruchi, A. E., Apolinario Arzube, O. O., Martínez Zapata, M. E., Pérez Urruchi, A. E., & Apolinario Arzube, O. O. (2024). Explorando la geometría con GeoGebra: Estrategias para reforzar el aprendizaje en estudiantes de niveles intermedios. *Universidad, Ciencia y Tecnología*, 28(122), 62-72. <https://doi.org/10.47460/uct.v28i122.766>
- Mayer, R. E. (2024). The Past, Present, and Future of the Cognitive Theory of Multimedia Learning. *Educational Psychology Review*, 36(1), 8. <https://doi.org/10.1007/s10648-023-09842-1>
- Mesón Martín, Á. (2023). *Animaciones programáticas con Manim como soporte a la docencia universitaria*. <https://ebuah.uah.es/dspace/handle/10017/55831>
- Raichman, S. R., & Totter, E. (2016). *Geometría analítica para ciencias e ingenierías*. <https://repositorio.upn.edu.pe/handle/11537/32356>
- Rodríguez Solís, M. F., Acurio Maldonado, S. A., Rodríguez Solís, M. F., & Acurio Maldonado, S. A. (2021). Modelo TPACK y metodología activa, aplicaciones en el área de matemática. Un enfoque teórico. *Revista Científica UISRAEL*, 8(2), 49-64. <https://doi.org/10.35290/rcui.v8n2.2021.394>
- Román, Y., & Ordoñez, J. (2020). *LATEX in academic activities in the Mathematic Department of the Engineering Faculty*. 27(1).



-
- Ruiz, R. A. S., & Hernández, L. C. A. (2023). La construcción del aprendizaje; teoría de la carga cognitiva y aprendizaje significativo. *Revista Avante de Ciencias Sociales y Humanidades*, 3(especial). <https://revista-avante.com/index.php/ciencias-sociales/article/download/75/63>
- Sweller, J. (2011). Cognitive Load Theory. En *Psychology of Learning and Motivation* (Vol. 55, pp. 37-76). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-387691-1.00002-8>
- Zill, D. G., & Dewar, J. M. (2012). *Álgebra, trigonometría y geometría analítica*. McGraw-Hill Interamericana.

Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés posible.

Financiamiento:

No existió asistencia financiera de partes externas al presente artículo.

Agradecimiento:

N/A

Nota:

El artículo no es producto de una publicación anterior.