ASCE MAGAZINE ISSN: 3073-1178

Revista ASCE Magazine, Periodicidad: Trimestral Enero - Marzo, Volumen: 5, Número: 1, Año: 2026 páginas 1580 - 1603

Doi: https://doi.org/10.70577/asce.v5i1.657

Recibido: 2025-12-23
Aceptado: 2026-01-23
Publicado: 2026-02-11

La convivencia escolar como sistema dinámico complejo: una propuesta teórica desde la modelización matemática

School Coexistence as a Complex Dynamic System: a Theoretical Proposal from Mathematical Modeling

Autores

Humberto Cortés-Peralta[1]

https://orcid.org/0000-0002-8009-3176

humberto.cortes@umag.cl

Universidad de Magallanes

Punta Arenas – Chile

María Jesús Cárdenas-Campos[2]

https://orcid.org/0000-0001-9518-7055

maria.cardenas@umag.cl

Universidad de Magallanes

Punta Arenas – Chile

Cómo citar

Cortés-Peralta , H., & Cárdenas-Campos , M. J. (2026). La convivencia escolar como sistema dinámico complejo: una propuesta teórica desde la modelización matemática. *ASCE MAGAZINE*, *5*(1), 1580–1603.

Resumen

La convivencia escolar ha sido abordada mayoritariamente desde enfoques centrados en variables individuales o descripciones estáticas del comportamiento, lo que limita la comprensión de su dinámica colectiva, no lineal y dependiente de la trayectoria. Por tanto, el objetivo de este estudio es proponer y analizar un modelo matemático basado en ecuaciones diferenciales no lineales que permita comprender la convivencia escolar como un sistema dinámico complejo, considerando la interacción entre el desgaste natural hacia el desorden, la intensidad de los refuerzos externos y la capacidad de tolerancia del grupo. Para ello, se desarrolló un estudio de carácter teórico mediante la adaptación conceptual de un modelo de transición de fase ampliamente utilizado en la teoría de sistemas dinámicos, analizado a partir de la identificación de puntos críticos, condiciones de estabilidad y bifurcaciones. Los resultados muestran la existencia de umbrales críticos y regiones de biestabilidad que determinan la transición entre estados de desorden y orden dentro del aula, así como la presencia de histéresis, evidenciando que la dinámica del aula depende de la trayectoria previa del sistema. Se concluye que la convivencia escolar puede comprenderse como un sistema dinámico no lineal, en el que las intervenciones pedagógicas deben ser sostenidas y de intensidad suficiente para superar umbrales críticos y consolidar estados de convivencia estables, aportando un marco conceptual para orientar el diseño de estrategias pedagógicas más efectivas y futuras investigaciones empíricas.

Palabras clave: Ambiente Educacional; Modelo Matemático; Cambio Social; Clima Escolar; Interacción Social.

Abstract

School coexistence has traditionally been addressed through approaches focused on individual variables or static descriptions of behavior, which limits the understanding of its collective, nonlinear, and path-dependent dynamics. Therefore, the objective of this study is to propose and analyze a mathematical model based on nonlinear differential equations to conceptualize school coexistence as a complex dynamic system, considering the interaction between the natural drift toward disorder, the intensity of external reinforcements, and the group's tolerance capacity for order. Consequently, a theoretical study was conducted through the conceptual adaptation of a phase-transition model widely used in dynamical systems theory, which was analyzed by identifying critical points, stability conditions, and bifurcations. The results reveal the existence of critical thresholds and regions of bistability that determine transitions between bad and good behaviour in the classroom, as well as the presence of hysteresis, indicating that classroom dynamics depend on the system's prior trajectory. It is concluded that school coexistence can be understood as a nonlinear dynamic system in which pedagogical interventions must be sustained, with sufficient intensity to overcome critical thresholds and consolidate stable states of coexistence, providing a conceptual framework to inform the design of more effective pedagogical strategies and future empirical research.

Keywords: Classroom Environment; Mathematical Models; Social Dynamics; School Climate; Social Interaction

Introducción

En las últimas décadas, diversos autores han propuesto conceptualizar el aula como un *sistema complejo,* con el propósito de comprender mejor la naturaleza emergente, dinámica e interdependiente de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Burns & Knox, 2011; Knight, 2021, 2022; Videla Reyes et al., 2017). Desde esta perspectiva, el aula se configura como un entorno compuesto por múltiples elementos que interactúan constantemente y generan patrones colectivos no reductibles a las características individuales de sus componentes, tales como: estudiantes con diferentes trayectorias, intereses y niveles de compromiso; docentes con estilos pedagógicos particulares; contenidos curriculares en constante revisión; y contextos institucionales y socioculturales cambiantes (Quezada & Canessa, 2008).

A diferencia de los modelos tradicionales que tienden a simplificar las dinámicas educativas, el enfoque de sistemas complejos reconoce la no linealidad, la retroalimentación mutua y la sensibilidad a las condiciones iniciales como propiedades fundamentales de la vida escolar (Kiefer, 2006). En una clase, por ejemplo, pueden emerger espontáneamente normas implícitas, liderazgos informales o estilos de participación que no fueron planificados, pero que estructuran la interacción grupal (Blikstein et al., 2008).

Los enfoques centrados en variables individuales o en descripciones estáticas de la convivencia escolar resultan insuficientes para explicar la emergencia de patrones colectivos y los cambios no lineales que caracterizan la dinámica del aula. Desde la perspectiva de los sistemas complejos, la convivencia escolar puede entenderse como un sistema dinámico no lineal, en el que múltiples interacciones entre estudiantes, docentes, normas e influencias contextuales dan lugar a comportamientos colectivos que no se reducen a la suma de sus partes (Knight, 2022; O'Brennan et al., 2014).

En esta línea, uno de los fenómenos documentados es la tendencia natural del aula hacia el desorden en ausencia de regulación. Investigaciones han mostrado que cuando no existen normas claras ni supervisión activa, pequeñas disrupciones tienden a escalar en forma acumulativa, lo cual deteriora rápidamente el ambiente de clase (Brandi Simonsen et al., 2008; Marzano et al., 2003). Esta espiral negativa ha sido descrita como una forma de "entropía social", donde la energía relacional se dispersa y el sistema pierde coherencia si no se introducen mecanismos de contención y organización (Cárdenas Messa, 2019). Se trata, en términos prácticos, de un proceso de degradación espontánea del orden, agravado por el efecto de las conductas disruptivas.

En contraste, la investigación también ha confirmado que el fortalecimiento de las normas, el refuerzo positivo y la vigilancia pedagógica pueden contrarrestar esta deriva. Intervenciones consistentes de manejo del aula, como reglas explícitas, expectativas claras y retroalimentación oportuna, han mostrado reducciones significativas en los comportamientos problemáticos. Oliver et al. (2011) documentaron efectos cercanos a una desviación estándar al aplicar estos principios, mientras que Marzano et al. (2003) encontraron que la implementación sistemática de estrategias de control disciplinario mejora el ambiente de aula y protege el tiempo instruccional.

Ahora bien, no todas las aulas requieren la misma intensidad de intervención externa para mantener el orden. La literatura señala que existen diferencias en la "capacidad de tolerancia" del grupo al orden, es decir, en cuán sostenible es la convivencia sin apoyos constantes. Esta capacidad se relaciona con el grado de cohesión social, la internalización de normas y las habilidades socioemocionales compartidas. Programas de aprendizaje socioemocional (SEL) han demostrado que, al promover la empatía, la autorregulación y la responsabilidad colectiva, los estudiantes desarrollan herramientas para sostener climas de aula positivos de manera autónoma (Durlak et al., 2011).

Estas observaciones empíricas sugieren que el aula no se comporta de manera lineal ni uniforme ante las intervenciones. En este sentido, modelar la convivencia escolar desde la lógica de sistemas dinámicos permite capturar mejor la complejidad del fenómeno y comprender cómo interactúan el desgaste natural, las acciones pedagógicas y la cohesión grupal para producir estados relativamente estables o inestables en el clima escolar. Esta comprensión permite diseñar estrategias más eficaces de intervención, prevención y promoción de la buena convivencia en contextos educativos.

Esta perspectiva permite aplicar herramientas matemáticas como las ecuaciones diferenciales para modelar la evolución del clima de aula y analizar cómo ciertos factores, tales como el desgaste natural del orden, las acciones pedagógicas y la cohesión del grupo, interactúan para generar estados más o menos estables. Al tratarse de un sistema dinámico, estas transiciones no siempre son graduales: pequeñas variaciones en las condiciones pueden provocar cambios significativos en el comportamiento colectivo, lo que justifica el uso de modelos no lineales para representar estos procesos.

Este enfoque se ha utilizado con éxito en diversas disciplinas, desde el comportamiento de ecosistemas hasta el colapso de civilizaciones o las dinámicas económicas (Flores, 2015; Flores & Izquierdo-Egea, 2018; Murray, 2004; Puu, 2003). En particular, las ecuaciones diferenciales no lineales han servido para estudiar fenómenos conocidos como transiciones de fase, donde un sistema cambia de estado al superar ciertos umbrales críticos. Esta misma lógica puede aplicarse al aula: cuando los niveles de intervención docente o de cohesión grupal cruzan cierto umbral, es posible pasar rápidamente de un estado caótico a uno ordenado, o viceversa.

La convivencia escolar ha sido ampliamente estudiada, sin embargo, una parte significativa de los enfoques utilizados se centra en variables individuales o en descripciones estáticas del comportamiento, lo que limita la comprensión de su dinámica colectiva. En particular, estos enfoques resultan insuficientes para explicar la emergencia de patrones colectivos, los cambios abruptos en el clima de aula y la dependencia de la trayectoria observada en la convivencia escolar, lo que evidencia la necesidad de marcos conceptuales que permitan comprenderla como un proceso dinámico y no lineal.

En este contexto, el objetivo de este trabajo es proponer y analizar un modelo matemático basado en ecuaciones diferenciales no lineales que permita describir la dinámica de la convivencia en el aula. Desde este enfoque, se busca comprender cómo la interacción entre el desgaste natural hacia el desorden, la intensidad de los refuerzos externos y la capacidad de tolerancia del grupo determina la estabilidad de distintos estados de convivencia. El modelo pretende aportar una base conceptual para identificar umbrales críticos y orientar el diseño de estrategias pedagógicas que consoliden ambientes de aprendizaje ordenados, sostenibles y propicios para el aprendizaje.

El presente estudio se concibe explícitamente como un trabajo de carácter teórico, cuyo propósito no es la validación empírica del modelo ni la predicción de comportamientos específicos en contextos escolares particulares, sino la formulación de un marco conceptual que permita comprender la convivencia escolar desde la perspectiva de los sistemas dinámicos complejos. En este sentido, el artículo busca contribuir mediante una formalización analítica que facilite la interpretación de la emergencia de patrones colectivos, la identificación de umbrales críticos y la presencia de transiciones no lineales en el clima de aula, para así ampliar los enfoques tradicionales utilizados en su análisis.

Material y métodos

Este estudio se enmarca en una investigación de carácter teórico, orientada a la modelización matemática de la convivencia escolar. Desde esta perspectiva, la dinámica del aula puede entenderse como un proceso análogo a una transición de fase, en el que el grupo de estudiantes evoluciona desde un estado desordenado hacia un estado ordenado. Este comportamiento, característico de sistemas complejos físicos y sociales, ha sido descrito mediante ecuaciones diferenciales no lineales que permiten modelar cambios abruptos en el comportamiento colectivo al superar determinados umbrales.

En este trabajo se propone un modelo matemático que representa la evolución del nivel de convivencia o disciplina (C) en función del tiempo. El modelo consideró tres factores: (a) el desgaste natural del orden cuando no se aplican intervenciones, (b) el efecto de los refuerzos externos proporcionados por la acción pedagógica, y (c) la capacidad del grupo para sostener el orden de manera autónoma.

Cabe señalar que la estructura general de esta ecuación diferencial no fue desarrollada originalmente para este estudio. Se trata de un modelo ampliamente utilizado en la literatura de sistemas dinámicos para describir fenómenos de transición de fase en diversos campos (Flores, 2015; Flores & Izquierdo-Egea, 2018; Murray, 2004; Puu, 2003). En este trabajo, se adaptó su estructura conceptual para representar la evolución del clima escolar e incorporó parámetros que reflejan específicamente la interacción entre desgaste natural, refuerzos externos y capacidad de tolerancia grupal.

La ecuación propuesta es:

$$\frac{dC}{dt} = -rC\left(1 - \frac{D}{r}C + \frac{1}{R^2}C^2\right) \qquad (1)$$

donde C representa el grado de convivencia o disciplina del aula, y los parámetros del modelo tienen las siguientes interpretaciones:

r: Tasa natural de desgaste hacia el desorden. Representa la tendencia inherente del aula al desorden, debido al desgaste natural de mantener un ambiente ordenado. Valores altos de r indican que el aula tiende rápidamente hacia el desorden si no hay intervención, mientras que valores bajos reflejan una mayor estabilidad del orden.

D: Intensidad del refuerzo externo. Corresponde a la magnitud de las intervenciones externas del docente, como normas claras, premios o sanciones. Un D alto indica estrategias más efectivas para contrarrestar el desgaste natural (r) y mantener el orden.

R: Capacidad de tolerancia del grupo al orden. Este parámetro refleja la capacidad del grupo para sostener niveles altos de convivencia sin saturarse. Un R alto indica un grupo resiliente, mientras que un R bajo refleja un grupo que se agota rápidamente ante el orden.

En este sentido, el cociente $\frac{D}{r}$ refleja la relación entre la intensidad del refuerzo externo (D) y la tasa natural de desgaste hacia el desorden (r). Este parámetro resume el balance entre la acción correctiva ejercida por el docente y la tendencia espontánea del sistema a perder cohesión y estructura con el tiempo. Un valor alto indica que las intervenciones son suficientemente intensas para contrarrestar el deterioro natural del clima de aula, lo cual aumenta la probabilidad de alcanzar un estado ordenado y sostenible. En cambio, un valor bajo sugiere que el desgaste domina, y que incluso con intervenciones, el sistema puede no superar el umbral necesario para estabilizar la convivencia.

La ecuación tiene tres componentes, cada uno de los cuales capturó un aspecto de la dinámica del aula:

- El termino $-rC$ representa la tendencia natural al desorden, refleja que el grado de convivencia (C) tiende a decaer de forma proporcional a su valor actual debido al desgaste natural (r) del sistema. Cuanto mayor sea r, más rápido tenderá el sistema hacia el desorden en ausencia de intervenciones externas.
- Por su parte, el término $1 - \frac{D}{r}C$, representa el efecto del refuerzo externo, este término modela cómo los refuerzos externos (D) contrarrestan el desgaste natural (r) para mantener

o mejorar la convivencia. Si $\frac{D}{r}$ es alto, los refuerzos externos son efectivos en mantener C. En cambio, sí es bajo, el desgaste predomina.

- La expresión $\frac{1}{R^2}C^2$, en combinación con el término disipativo $-rC$, introduce un mecanismo de autolimitación que captura la tendencia del sistema a saturarse cuando el grado de convivencia C alcanza valores elevados. En este contexto, grupos con menor capacidad de tolerancia (R bajo) alcanzan más rápidamente esta saturación efectiva, lo que frena incrementos adicionales en C.

Resultados

El modelo identifica tres puntos críticos. El primero, $C = 0$ representa un estado de completo desorden, en el que no hay ni convivencia ni disciplina. El análisis de estabilidad lineal muestra que este punto es estable, ya que la derivada de la función dinámica evaluada en $C = 0$ es negativa, lo que implica que, si las condiciones iniciales son desfavorables, el sistema tenderá a permanecer en este estado, a menos que se superen ciertos umbrales que permitan generar orden.

Los otros dos puntos críticos, C_1 (raíz menor) y C_2 (raíz mayor), solo existen cuando $\frac{D}{r} \geq \frac{2}{R}$. Esto indica que el refuerzo externo debe ser suficientemente alto como para contrarrestar el desgaste natural, además de estar apoyado por una alta capacidad de tolerancia del grupo. Las ecuaciones que definen estos puntos son:

$$C_1 = \frac{R^2}{2}\left(\frac{D}{r} - \sqrt{\left(\frac{D}{r}\right)^2 - \frac{4}{R^2}}\right) \tag{2}$$

$$C_2 = \frac{R^2}{2}\left(\frac{D}{r} + \sqrt{\left(\frac{D}{r}\right)^2 - \frac{4}{R^2}}\right) \tag{3}$$

El punto C_1 corresponde a un estado de convivencia baja o transición y es inestable, mientras que C_2, que representa un estado de convivencia alta, es estable. Este último describe un equilibrio sostenible en el aula, donde las normas son aceptadas y el comportamiento ordenado se mantiene frente a perturbaciones.

La aparición de los puntos críticos C_1 y C_2 depende de la condición:

$$\frac{D}{r} \geq \frac{2}{R} \tag{4}$$

Esta condición establece que el refuerzo externo (D) debe ser proporcionalmente mayor que el desgaste natural (r) del sistema, ajustado por la capacidad de tolerancia del grupo (R). En términos prácticos, nos indica que un aula con alta resistencia al orden (r) o baja capacidad de tolerancia (R) requiere intervenciones externas significativas para superar la tendencia natural al desorden y alcanzar estados ordenados.

Cuando $D/r < R/2$, el único punto crítico es $C = 0$, que corresponde a un estado de desorden completo. En este caso, el sistema no puede transitar hacia estados de convivencia positivos porque el refuerzo externo es insuficiente frente al desgaste y las limitaciones del grupo. Por el contrario, si $D/r \geq R/2$, aparecen los puntos C_1 (inestable) y C_2 (estable), lo que permite que el sistema evolucione hacia niveles más altos de convivencia. Este comportamiento refleja un fenómeno típico de transición en sistemas complejos, donde superar un umbral crítico permite cambios sustanciales en la dinámica del sistema.

La gráfica (fig. 1) muestra cómo la convivencia en el aula (C) evoluciona según el modelo. Se identifican cuatro regiones que dependen del valor de RD/r y la posición de (C) respecto a los puntos críticos C_1 (inestable) y C_2 (estable).

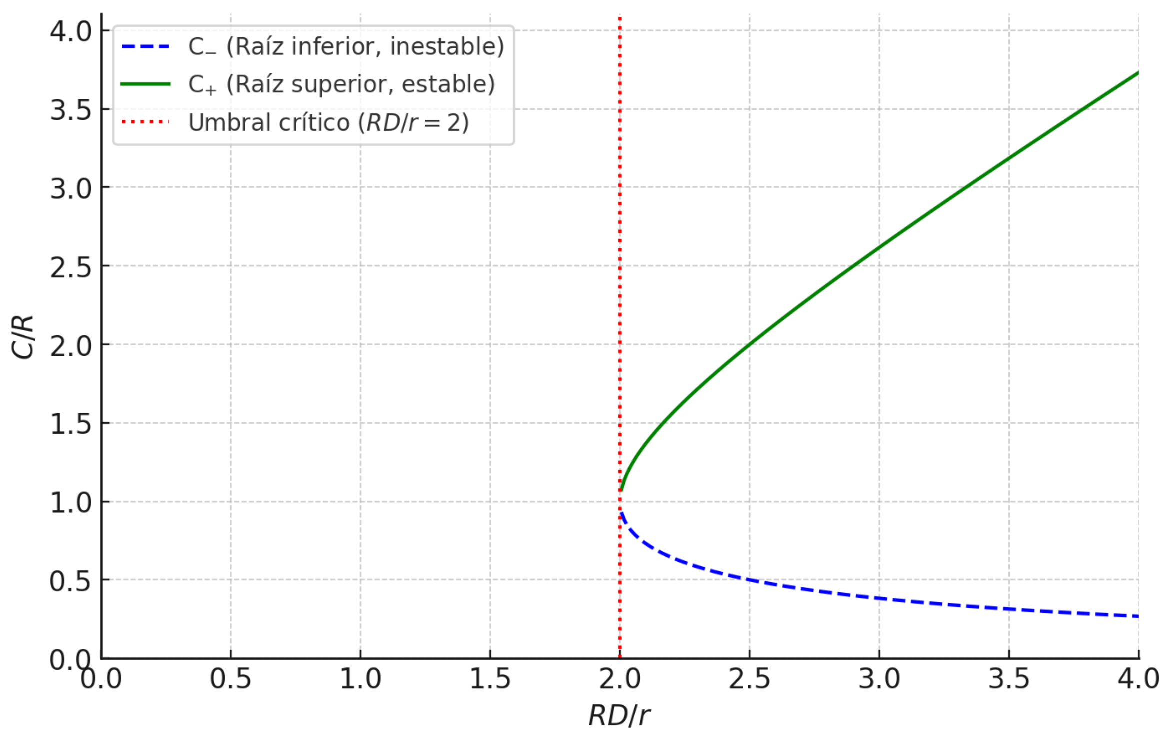
Cuando $RD/r < 2$, el único punto crítico es $C = 0$, lo que representa un estado de desorden completo. En esta región, el desgaste natural del sistema (r) predomina sobre cualquier efecto positivo del refuerzo externo (D), lo que impide la formación de un ambiente ordenado.

Para $RD/r \geq 2$, emergen los puntos críticos C_1 y C_2, y la dinámica del sistema varía significativamente. Si $C < C_1$, el sistema se encuentra en una región inestable dominada por el desgaste hacia el desorden, donde pequeñas perturbaciones hacen que el sistema colapse hacia $C = 0$. En $C = C_1$, el punto crítico es inestable, y la dirección de la evolución del sistema depende de las condiciones: refuerzos externos suficientes y una tolerancia adecuada (R) pueden impulsar el sistema hacia C_2, mientras que perturbaciones negativas lo regresan al desorden.

En la región $C_1 < C < C_2$, el sistema se encuentra en una fase de transición dinámica, donde la convivencia comienza a consolidarse, pero todavía requiere intervenciones para alcanzar la estabilidad en C_2. Finalmente, cuando $C > C_2$, el sistema está más allá del equilibrio sostenible debido a la saturación inherente al modelo, y la convivencia tenderá a estabilizarse nuevamente en C_2.

Figura 1.

Diagrama de bifurcación del modelo de convivencia escolar: Se ilustra cómo la relación RD/r (refuerzo externo ajustado por la tolerancia del grupo y la tasa de desgaste natural) determina la existencia y estabilidad de los puntos críticos del sistema. Para valores de RD/r inferiores al umbral crítico (línea roja punteada, $RD/r = 2$), solo existe un estado estable de baja convivencia. Al superar este umbral, emergen dos soluciones: una raíz inferior C_1 (línea azul punteada), inestable y asociada a una zona de transición, y una raíz superior C_2 (línea verde sólida), estable y correspondiente a un estado de convivencia positiva sostenible.



Fuente: elaboración propia.

En el contexto del modelo, estas regiones resaltan la importancia de superar el umbral crítico ($RD/r = 2$), ya que permiten al aula transitar de estados de desorden hacia estados ordenados y sostenibles. Además, destacan la necesidad de mantener condiciones adecuadas para estabilizarse en C_2 que es el nivel de convivencia óptimo que garantiza un ambiente propicio para el aprendizaje.

El modelo presentado exhibe un fenómeno de histéresis, característico de sistemas no lineales, donde el estado del sistema no solo depende de las condiciones actuales, sino también de la trayectoria previa. En el contexto de este modelo, la histéresis implica que la convivencia en el aula (C) sigue trayectorias diferentes. Esto depende de si el parámetro RD/r aumenta o disminuye. Esto se traduce en que la transición del estado desordenado ($C = 0$) al estado ordenado (C_2) y viceversa no ocurre de manera reversible ni simétrica, sino que depende del historial del sistema.

La histéresis es posible debido a la interacción entre los tres componentes principales de la dinámica: el desgaste natural (r), que empuja al sistema hacia el desorden; los refuerzos externos (D), que contrarrestan este desgaste y permiten superar el umbral crítico ($RD/r = 2$) y la saturación inherente del sistema (R), que estabiliza el estado de máxima convivencia sostenible (C_2). Esta interacción genera un rango de biestabilidad en el que el aula puede permanecer tanto en estado desordenado como en el ordenado, lo que depende de su trayectoria previa.

En términos prácticos, cuando el aula está en desorden ($C = 0$), se requiere un esfuerzo significativo para superar el umbral crítico y permitir que el sistema evolucione hacia el estado ordenado (C_2). Esto refleja la resistencia natural del grupo al cambio y la necesidad de intervenciones externas consistentes. Sin embargo, una vez alcanzado el estado ordenado (C_2), la histéresis confiere estabilidad al sistema y permite que el aula mantenga altos niveles de convivencia, incluso si los refuerzos externos disminuyen ligeramente.

Lo anterior tiene implicancias pedagógicas en la gestión del aula y el diseño de estrategias para promover ambientes de aprendizaje positivos. Cuando el aula se encuentra en un estado de desorden, es necesario implementar intervenciones externas significativas, como normas claras, incentivos y una supervisión por parte del docente, para contrarrestar la tendencia natural al desgaste y al caos. Estas intervenciones deben ser sostenidas y de alta intensidad, ya que superar la resistencia inherente al desorden requiere un esfuerzo considerable.

Por otro lado, una vez que el aula ha alcanzado un estado ordenado, caracterizado por altos niveles de convivencia y aceptación de normas, este estado tiende a estabilizarse gracias a la dinámica del sistema. Esto significa que, aunque las intervenciones externas se reduzcan ligeramente, el ambiente ordenado puede mantenerse debido a la inercia del sistema hacia el orden. Sin embargo, es fundamental garantizar que las intervenciones y el apoyo docente no desaparezcan por completo, ya que la falta prolongada de refuerzos y el debilitamiento de la cohesión grupal pueden llevar nuevamente al desorden.

El fenómeno de histéresis resalta la necesidad de diseñar estrategias adaptativas. Por ejemplo, al iniciar un proceso de cambio en un aula desordenada, es crucial focalizar esfuerzos en fortalecer la autoridad del docente, establecer normas claras y promover dinámicas que refuercen la convivencia grupal. Una vez que el aula alcanza un estado ordenado, las estrategias pueden moderarse, enfocándose en el mantenimiento del ambiente positivo mediante refuerzos ocasionales y apoyo socioemocional. Este modelo subraya que la construcción de un ambiente propicio para el aprendizaje no solo requiere superar las barreras iniciales del desorden, sino también prevenir retrocesos mediante intervenciones oportunas y consistentes, incluso cuando la convivencia parece estable.

Discusión

Desde una perspectiva epistemológica, el principal aporte de este trabajo reside en la articulación entre la investigación educativa y la teoría de sistemas dinámicos complejos, al proponer una formalización matemática de la convivencia escolar como un proceso no lineal, sensible a las interacciones colectivas y las condiciones iniciales. A diferencia de los enfoques tradicionales, centrados en variables individuales o en descripciones estáticas del comportamiento, el modelo desarrollado permite interpretar la convivencia escolar como un fenómeno emergente, caracterizado por transiciones abruptas, umbrales críticos y dependencia de la trayectoria, rasgos ampliamente documentados en sistemas complejos tanto físicos como sociales (Knight, 2021, 2022; Stamovlasis, 2014).

Los resultados obtenidos muestran que la estabilidad de la convivencia escolar no depende exclusivamente de la intensidad de las intervenciones externas, sino de la interacción no lineal entre el desgaste natural hacia el desorden, los refuerzos pedagógicos y la capacidad de tolerancia del grupo. Esta interacción da lugar a múltiples estados posibles de convivencia, así como a regiones de biestabilidad, lo que amplía los modelos lineales predominantes en el estudio del clima de aula. En este sentido, el modelo propuesto complementa investigaciones previas que han identificado la influencia del clima escolar en el comportamiento estudiantil (O'Brennan et al., 2014), al ofrecer una explicación formal de por qué pequeñas variaciones en las condiciones pedagógicas pueden desencadenar cambios desproporcionados en la dinámica grupal.

Estudios confirman que procesos educativos pueden presentar bifurcaciones, histéresis y puntos críticos que desencadenan transiciones abruptas de estado, tal como se observa en el rendimiento académico (Stamovlasis, 2014) y en la relación entre comportamiento disruptivo y compromiso estudiantil mediante modelos de catástrofe cúspide (Alkhadim, 2024). Además, la evidencia experimental sobre puntos de inflexión en convenciones sociales (Centola et al., 2018) respalda la existencia de masas críticas que, al alcanzarse, pueden sostener cambios duraderos en sistemas colectivos. Esta noción de umbral mínimo necesario para provocar una transición de estado social fortalece la idea de que la dinámica de convivencia en el aula, tal como se modela en este trabajo, puede pasar de un estado de desorden a uno de orden sostenible si se supera un nivel crítico de refuerzo y resiliencia grupal.

Asimismo, el fenómeno de histéresis observado en el modelo refuerza la idea de que la convivencia escolar presenta dependencia de la trayectoria. Esto implica que el estado actual del clima de aula no solo depende de las condiciones presentes, sino también de la historia previa del grupo. Una vez alcanzado un estado de convivencia estable, el sistema puede mantener dicho estado incluso ante una reducción moderada de los refuerzos externos, lo que coincide con hallazgos empíricos sobre la mantención de conductas deseables tras la disminución de apoyos explícitos (Jones & Kazdin, 1975). No obstante, el modelo también muestra que la pérdida prolongada de refuerzos puede llevar nuevamente al colapso del orden, lo que subraya la necesidad de estrategias de mantenimiento y monitoreo continuo.

Un elemento central del modelo es la identificación de un umbral crítico que debe ser superado para que el sistema transite desde un estado de desorden hacia un estado de convivencia estable.

Este resultado es coherente con estudios que han documentado la existencia de puntos de inflexión en sistemas sociales y educativos, donde la acumulación de refuerzos o normas compartidas permite sostener cambios colectivos duraderos (Centola et al., 2018; Stamovlasis, 2014). Desde esta perspectiva, la convivencia escolar no mejora de manera gradual y continua, sino que puede experimentar reorganizaciones abruptas cuando se alcanzan ciertas condiciones críticas, lo que tiene implicancias relevantes para el diseño de estrategias de intervención pedagógica.

En coherencia con el objetivo de este estudio, orientado a interpretar teórica y pedagógicamente la dinámica de la convivencia escolar mediante un modelo matemático no lineal, se debe reconocer la convivencia escolar como un sistema dinámico, con umbrales críticos e histéresis, para el diseño de estrategias de intervención. Por un lado, estudios como los de O'Brennan et al. (2014) evidencian que un clima de aula positivo y una gestión efectiva reducen significativamente las conductas disruptivas, lo que refuerza la importancia de generar condiciones colectivas que funcionen como refuerzos externos para sostener el orden.

De forma complementaria, la experiencia del programa Fast Track (Slough & McMahon, 2008) y las investigaciones sobre enseñanza adaptativa (Hardy et al., 2022) muestran que superar el umbral crítico requiere intervenciones multicomponentes, sostenidas y coherentes, que integren refuerzos externos consistentes, desarrollo de capacidades de autorregulación y ajustes pedagógicos según la evolución del grupo. Así, el modelo propuesto no solo aporta una base conceptual para comprender la dinámica colectiva, sino que también orienta a los equipos docentes a planificar acciones con la intensidad y permanencia necesarias para consolidar cambios, siempre que la estabilidad alcanzada dependa de la historia y de la calidad de las interacciones que se mantengan en el tiempo.

Conclusiones

Se puede concluir que la convivencia escolar puede ser comprendida como un sistema dinámico, donde la interacción de factores como el desgaste natural hacia el desorden, la intensidad de los refuerzos externos y la capacidad de tolerancia del grupo determina la estabilidad de estados de orden o desorden. La formulación de un modelo matemático no lineal, inspirado en fenómenos de transición de fase, aporta una perspectiva novedosa para interpretar cómo emergen cambios abruptos en la dinámica colectiva y cómo se sostienen a través del tiempo.

La propuesta teórica permite identificar la existencia de un umbral crítico que debe ser superado para lograr una transición sostenible hacia un estado de orden, así como la presencia de histéresis que evidencia la dependencia de la trayectoria: una vez alcanzado un estado ordenado, este puede mantenerse aun cuando las condiciones iniciales se modifiquen, siempre que se mantengan ciertos niveles de intervención. Esta propiedad resalta la importancia de considerar la historia del grupo y la calidad de las interacciones previas al diseñar estrategias de mejora de la convivencia.

En términos prácticos, los hallazgos evidencian la necesidad de planificar intervenciones multicomponentes, coherentes y sostenidas en el tiempo, capaces de superar el umbral crítico que permita estabilizar un clima de aula positivo. Desde una interpretación pedagógica del modelo, estos resultados permiten comprender cómo las decisiones didácticas y de gestión del aula inciden en la dinámica del sistema, destacando la importancia de prácticas de enseñanza adaptativa y monitoreo continuo para sostener estados deseables. En conjunto, el modelo propuesto constituye una herramienta conceptual para apoyar la interpretación pedagógica y el diseño de estrategias de convivencia escolar contextualizadas, entendiéndose como una herramienta teórica exploratoria, cuya validación empírica y calibración de parámetros en contextos escolares constituyen líneas de investigación futuras.

La estimación de parámetros dependerá de mediciones específicas que aún deben ser desarrolladas y ajustadas a las características de cada comunidad educativa. Asimismo, el modelo se centra en la dinámica grupal general y no considera en detalle la influencia de variables individuales o factores contextuales externos que pueden modificar la dinámica colectiva. Como proyección, se plantea avanzar en la determinación de dichos parámetros mediante datos reales de aula, y utilizar el modelo para simular distintos escenarios de intervención. De esta forma, se podrían anticipar posibles trayectorias de la convivencia escolar y apoyar la toma de decisiones pedagógicas con mayor base.

Referencias bibliográficas

Alkhadim, G. (2024). The detrimental effects of student-disordered behavior at school: evidence from using the cusp catastrophe. *Frontiers in Psychology*, *14*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1346232

Blikstein, P., Abrahamson, D., & Wilensky, U. (2008). The classroom as a complex adaptive system: an agent-based framework to investigate students' emergent collective behaviors. In P. A. Kirschner, J. J. G. van Merriënboer, & T. de Jong (Eds.), *Cre8ing a learning world: Proceedings of the 8th International Conference for the Learning Sciences, ICLS 2008, Utrecht, The Netherlands, June 23-28, 2008, Volume 3* (pp. 12–13). International Society of the Learning Sciences. https://repository.isls.org/handle/1/3216

Brandi Simonsen, Sarah Fairbanks, Amy Briesch, Diane Myers, & George Sugai. (2008). Evidence-based Practices in Classroom Management: Considerations for Research to Practice. *Education and Treatment of Children*, *31*(1), 351–380. https://doi.org/10.1353/etc.0.0007

Burns, A., & Knox, J. (2011). Classrooms as Complex Adaptive Systems: A Relational Model. *The Electronic Journal for English as a Second Language*, *15*.

Cárdenas Messa, G. A. (2019). De la entropía social a la entropía educativa. Una reflexión en el contexto colombiano. *Revista Educación*, 12. https://doi.org/10.15517/revedu.v44i1.37100

Centola, D., Becker, J., Brackbill, D., & Baronchelli, A. (2018). Experimental evidence for tipping points in social convention. *Science*, *360*(6393), 1116–1119. https://doi.org/10.1126/science.aas8827

Durlak, J. A., Weissberg, R. P., Dymnicki, A. B., Taylor, R. D., & Schellinger, K. B. (2011). The Impact of Enhancing Students' Social and Emotional Learning: A Meta-Analysis of School-

Based Universal Interventions. *Child Development*, *82*(1), 405–432. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01564.x

Flores, J. C. (2015). A phase-transition model for the rise and collapse of ancient civilizations: A pre-ceramic Andean case study. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, *440*, 155–160. https://doi.org/10.1016/j.physa.2015.08.025

Flores, J., & Izquierdo-Egea, P. (2018). UNA COMPARACIÓN ENTRE TRANSICIONES DE FASE Y CONFLICTOS SOCIALES APLICADA A LAS ANTIGUAS CIVILIZACIONES MESOAMERICANAS (A Comparison between Phase Transitions and Social Conflicts Applied to the Ancient Mesoamerican Civilizations). *Arqueologia Iberoamericana*, *38*, 50–54.

Hardy, I., Meschede, N., & Mannel, S. (2022). Measuring adaptive teaching in classroom discourse: Effects on student learning in elementary science education. *Frontiers in Education*, *7*. https://doi.org/10.3389/feduc.2022.1041316

Jones, R. T., & Kazdin, A. E. (1975). Programming response maintenance after withdrawing token reinforcement. *Behavior Therapy*, *6*(2), 153–164. https://doi.org/10.1016/S0005-7894(75)80136-5

Kiefer, K. (2006). Complexity, class dynamics, and distance learning. *Computers and Composition*, *23*, 125–138. https://doi.org/10.1016/j.compcom.2005.12.003

Knight, B. (2021). *Classroom as Complex Adaptive System and the Emergence of Learning*. https://doi.org/10.5772/intechopen.101699

Knight, B. (2022). The classroom as a complex adaptive system (CAS): Credible framing, useful metaphor or mis-designation? *International Journal of Complexity in Education*, *3*(1). https://uwe-repository.worktribe.com/output/8809354

Marzano, R. J., Marzano, J. S., & Pickering, D. (2003). *Classroom Management that Works: Research-based Strategies for Every Teacher*. Association for Supervision and Curriculum Development. https://books.google.cl/books?id=BVM2ml2Q-QgC

Murray, J. D. (2004). *Mathematical biology: I & II* (3rd ed.). Springer.

O'Brennan, L. M., Bradshaw, C. P., & Furlong, M. J. (2014). Influence of Classroom and School Climate on Teacher Perceptions of Student Problem Behavior. *School Mental Health*, *6*(2), 125–136. https://doi.org/10.1007/s12310-014-9118-8

Oliver, R., Wehby, J., & Reschly, D. (2011). Teacher classroom management practices: Effects on disruptive or aggressive student behavior. *Campbell Systematic Reviews*, *4*, 1–55. https://doi.org/10.4073/csr.2011.4

Puu, T. (2003). *Attractors, Bifurcations, & Chaos: Nonlinear Phenomena in Economics*. Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-24699-2

Quezada, A., & Canessa, E. (2008). La complejidad de los procesos educativos en el aula de clases. *Educar Em Revista*, (32), 103–119. https://doi.org/10.1590/S0104-40602008000200009

Slough, N. M., & McMahon, R. J. (2008). Preventing Serious Conduct Problems in School-Age Youth: The Fast Track Program. *Cognitive and Behavioral Practice*, *15*(1), 3–17. https://doi.org/10.1016/j.cbpra.2007.04.002

Stamovlasis, D. (2014). Bifurcation and Hysteresis Effects in Student Performance: The Signature of Complexity and Chaos in Educational Research. *Complicity: An International Journal of Complexity and Education*, *11*(2). https://doi.org/10.29173/cmplct22964

Videla Reyes, R., Leyton, G., & Rossel, S. (2017). El aula como sistema complejo: hacia una formalización de la organización de la vida del aula. *Innoeduca. International Journal of*

Technology and Educational Innovation, *3*, 109. https://doi.org/10.24310/innoeduca.2017.v3i2.3062

Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés posible.

Financiamiento:

No existió asistencia financiera de partes externas al presente artículo.

Agradecimiento:

N/A

Nota:

El artículo no es producto de una publicación anterior.

Anexo: Cálculo de los puntos críticos y su estabilidad.

Este anexo presenta el procedimiento matemático para determinar los puntos críticos del modelo de convivencia propuesto.

La ecuación diferencial que describe la evolución del grado de convivencia $C(t)$ es

$$\frac{dC}{dt} = -rC\left(1 - \frac{D}{r}C + \frac{1}{R^2}C^2\right) \tag{1}$$

Donde

- (r) es la tasa natural de desgaste hacia el desorden,
- (D) es la intensidad del refuerzo externo, y
- (R) es la capacidad del grupo para tolerar el orden.

Los puntos críticos se obtienen corresponden a los valores de C tales que:

$$\frac{dC}{dt} = 0 \tag{2}$$

Esto ocurre cuando

$$C = 0 \tag{3}$$

$$1 - \frac{D}{r}C + \frac{1}{R^2}C^2 = 0 \tag{4}$$

La ecuación (4) se reescribe como una ecuación cuadrática en C:

$$\frac{1}{R^2}C^2 - \frac{D}{r}C + 1 = 0 \tag{5}$$

La solución general de una ecuación cuadrática es

$$C = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{6}$$

De la ecuación (5) obtenemos

$$a = \frac{1}{R^2}$$

$$b = -\frac{D}{r}$$

$$c = 1$$

Sustituyendo en (6)

$$C = \frac{-\frac{D}{r} \pm \sqrt{\left(\frac{D}{r}\right)^2 - \frac{4}{R^2}}}{\frac{2}{R^2}} \tag{7}$$

Reordenamos

$$C = \frac{R^2}{2}\left(\frac{D}{r} \pm \sqrt{\left(\frac{D}{r}\right)^2 - \frac{4}{R^2}}\right) \tag{8}$$

Por lo tanto, los dos puntos críticos distinto de cero son:

$$C_1 = \frac{R^2}{2}\left(\frac{D}{r} - \sqrt{\left(\frac{D}{r}\right)^2 - \frac{4}{R^2}}\right) \tag{9}$$

$$C_2 = \frac{R^2}{2}\left(\frac{D}{r} + \sqrt{\left(\frac{D}{r}\right)^2 - \frac{4}{R^2}}\right) \tag{10}$$

Para que las expresiones de los puntos críticos C_1 y C_2, dadas en las ecuaciones (9) y (10), representen números reales, el discriminante de la ecuación cuadrática debe ser mayor o igual que cero. Es decir:

$$\left(\frac{D}{r}\right)^2 - \frac{4}{R^2} \geq 0 \tag{11}$$

Despejando esta expresión, se obtiene la condición crítica del modelo:

$$\frac{D}{r} \geq \frac{2}{R} \tag{12}$$

.

Es decir, si la desigualdad (12) se cumple, entonces existen dos puntos críticos reales distintos de cero C_1 y C_2. Una vez obtenidos los puntos críticos del sistema, se realiza un análisis de estabilidad para determinar si el sistema tiende a permanecer cerca de esos puntos cuando es levemente perturbado.

La estabilidad de un punto crítico se analiza evaluando el signo de la derivada de $\frac{dC}{dt}$ respecto a C en ese punto.

La estabilidad se determina observando el signo de $f'(C)$ en cada punto crítico:
Si $f'(C) < 0$, el punto C^* es estable (El sistema regresa tras perturbaciones)
Si $f'(C) < 0$, el punto C^* es inestable (El sistema se aleja tras perturbaciones)

Calculamos $f'(C)$ aplicando la regla del producto obtenemos

$$f'(C) = -r\left[\left(1 - \frac{D}{r}C + \frac{1}{R^2}C^2\right) + C\left(-\frac{D}{r} + \frac{2}{R^2}C\right)\right] \tag{13}$$

Simplificamos

$$f'(C) = -r\left[1 - \frac{2D}{r}C + \frac{3}{R^2}C^2\right] \tag{14}$$

i) Punto $C = 0$

Sustituyendo en (14)

$$f'(0) = -r < 0 \tag{15}$$

Entonces el punto $C = 0$ es estable.

ii) Punto C_1y C_2

El signo de $f'(C)$ depende del signo que tome la expresión

$$1 - \frac{2D}{r}C + \frac{3}{R^2}C^2 \tag{16}$$

Esta expresión se puede analizar como una parábola de la forma

$$q(C) = 1 - aC + bC^2 \tag{17}$$

Dado que los parámetros del modelo son positivos, $b > 0$, entonces la parábola es cóncava hacia arriba, por lo que su valor mínimo es el vértice.

$$C_v = \frac{D}{3r} R^2 \tag{18}$$

Este valor mínimo determina si la parábola cruza el eje $q(C) = 0$

Si $q(C_v) > 0$, la parábola es completamente positiva, es decir no hay puntos críticos adicionales distintos de cero.

Si $q(C_v) < 0$, la parábola cruza el eje, por lo tanto, aparecen dos raíces reales C_1 y C_2. El punto $C = C_1$ se ubica a la izquierda del vértice y dado que la parábola abre hacia arriba, $q(C_1) < 0$, por lo tanto $f'(C_1) > 0$ y el punto es inestable. En cambio, el valor $C = C_2$se ubica a la derecha del vértice, donde la parábola es positiva, entonces $q(C_2) > 0$, por lo tanto $f'(C_2) < 0$ y el punto es estable.